



Условия задач, авторские решения, критерии оценивания

1. Часы PSR B1937+21 (6 баллов)

Бычков А. И.

В современной метрологии эталонным прибором для измерения времени являются атомные часы. Перспективной альтернативой атомным часам могут стать пульсары — быстро вращающиеся нейтронные звезды. Некоторые пульсары обладают поразительной стабильностью вращения, испуская при каждом обороте звезды (через равные промежутки времени) радиосигналы, которые могут быть зарегистрированы на Земле. Пульсар PSR B1937+21 — яркий тому пример.

Период вращения пульсара PSR B1937+21 равен $T = 1,557806449$ мс, погрешность измерения этого значения равна $\Delta T = 5 \cdot 10^{-12}$ с. Скорость вращения пульсара может немного изменяться из-за внутренних процессов в звезде. Для учёта этого фактора будем считать, что погрешность измерения периода пульсара увеличивается на 1 пикосекунду (10^{-12} с) каждые 5 лет, причём это увеличение происходит скачком в конце каждого пятилетнего периода. Предположим, что часы на основе пульсара используются для измерения большого промежутка времени t . При каком значении t накопленная погрешность измерения станет равна 1 секунде? Считайте, что среднее значение периода вращения пульсара постоянно и равно T . Ответ выразите в годах.

Ответ: приблизительно 9,1 лет.

Критерии

№	Критерий	Балл
1.1	Представлено аргументированное обоснование однократности скачка погрешности.	2,0
1.2	Найдена накопленная погрешность за первые 5 лет: $\delta t_0 \approx 0,506$ с.	2,0
1.3	Найдено искомое время.	2,0

Если задача идейно решена верно, но была допущена арифметическая ошибка, то выставляется 5,0 баллов.

2. Течение Пуазейля (5 баллов)

Бычков А. И.

Объёмным расходом жидкости Q при течении по трубе называется объём жидкости, проходящий через поперечное сечение трубы в единицу времени. Формула Пуазейля используется для расчёта объёмного

расхода при течении жидкости по трубе постоянного сечения с учётом вязкого трения. В случае небольшой скорости течения она имеет вид

$$Q = A \cdot \Delta p^x \cdot R^y \cdot \nu^z \cdot l^{-1},$$

где Δp — перепад давления на концах трубы; R и l — радиус и длина трубы соответственно; ν — коэффициент динамической вязкости жидкости, которая измеряется в $\text{кг}/(\text{м} \cdot \text{с})$; A , x , y , z — некоторые безразмерные постоянные.

а) (3 балла) Пользуясь соображениями размерности, определите значения постоянных x , y и z .

б) (2 балла) Во сколько раз изменится скорость потока жидкости в водопроводной сети, если при том же давлении на входе увеличить диаметр труб вдвое?

Ответ: а) $x = 1$, $y = 4$, $z = -1$; б) скорость течения жидкости увеличится в 4 раза.

Критерии

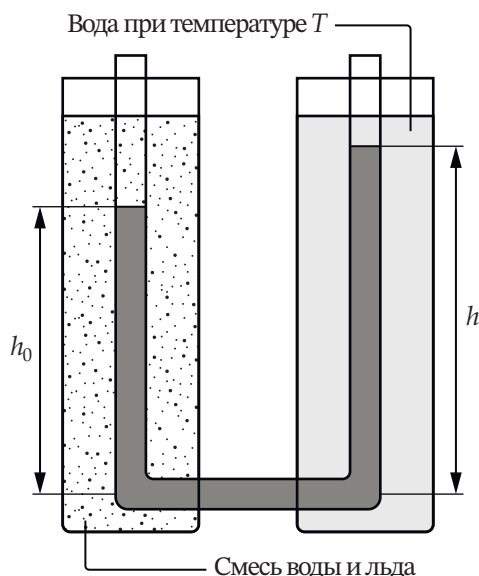
№	Критерий	Балл
2.1	Правильно записаны единицы измерения объёмного расхода Q ($\frac{\text{м}^3}{\text{с}}$)	0,5
2.2	Правильно записаны единицы измерения перепада давлений Δp ($\frac{\text{кг}}{\text{м} \cdot \text{с}^2}$)	1,0
2.3	Указано, что в единицах измерения объёмного расхода отсутствуют килограммы (кг), поэтому в искомой формуле должно фигурировать отношение Δp и ν .	1,0
2.4	Приведено правильное выражение для объёмного расхода: $Q = A \cdot \frac{\Delta p R^4}{\nu l}$.	1,0
2.5	Записана связь объёмного расхода Q , площади поперечного сечения трубы S и скорости течения жидкости v : $Q = Sv$	1,0
2.6	Установлено, что увеличение диаметра трубы вдвое увеличит скорость течения жидкости в 4 раза.	0,5

3. Изменение объёма (6 баллов)

Бычков А. И.

Измерение коэффициента объёмного расширения жидкости осложняется тем, что объём сосуда также изменяется с температурой. Представленный на рисунке прибор позволяет преодолеть эту трудность. В нём одно колено U-образной трубки, заполненной исследуемой жидкостью, находится в банке со льдом и водой, а другое — в термостате с температурой $T > 0^\circ\text{C}$. Соединительная трубка расположена горизонтально. В ходе эксперимента были измерены

высоты столбов h и h_0 , а температура воды в термостате равнялась T . Чему равен коэффициент объёмного расширения β жидкости?



Указание. Если при 0°C объём жидкости равен V_0 , то при температуре T её объём даёт формулой

$$V = V_0(1 + \beta T).$$

Ответ: $\beta = \frac{1}{T} \left(\frac{h}{h_0} - 1 \right)$.

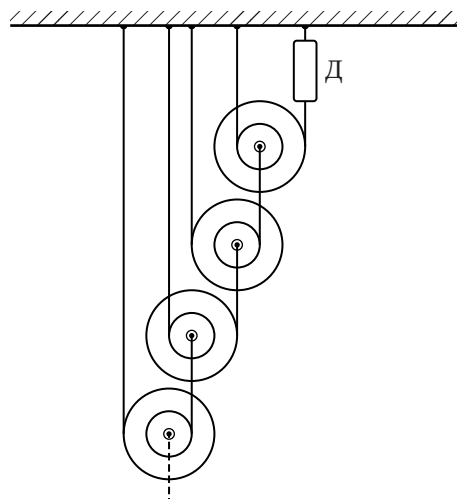
Критерии

№	Критерий	Балл
3.1	Записано выражение для плотности жидкости при температуре T : $\rho = \frac{\rho_0}{1 + \beta T}$, где ρ_0 — плотность жидкости при 0°C .	3,0
3.2	В U-образной трубке с разными температурами в коленах записано равенство давлений на уровне дна: $p_0 + \rho gh = p_0 + \rho_0 gh_0$.	2,0
3.3	Найден коэффициент объёмного расширения жидкости: $\beta = \frac{1}{T} \left(\frac{h}{h_0} - 1 \right)$.	1,0

4. Бесконечность не предел (8 баллов)

Бычков А. И.

Из очень большого количества одинаковых двуступенчатых блоков массой $M = 420$ г каждый и лёгких нитей собрана приведённая на рисунке система. Определите показания динамометра Д, если больший и меньший радиусы ступеней блоков равны соответственно $R = 10$ см и $r = 5$ см. Ускорение свободного падения равно $g = 10$ Н/кг. Трение в осях блоков пренебрежимо мало.



Ответ: 3 Н.

Критерии

№	Критерий	Балл
4.1	Записано уравнение моментов для верхнего блока относительно его оси.	1,5
4.2	Составлено уравнение моментов для 2-го (считая от потолка) блока относительно его оси.	1,5
4.3	Указано, что натяжение нити, прикреплённой к оси 2-го (считая от потолка) блока, равно натяжению нити, намотанной на большую ступень радиуса R верхнего блока.	2,0
4.4	Записано условие равновесия (2-й закон Ньютона) для верхнего блока.	1,0
4.5	Записано условие равновесия (2-й закон Ньютона) для 2-го (считая от потолка) блока.	1,0
4.6	Дан правильный числовой ответ на поставленный вопрос.	1,0