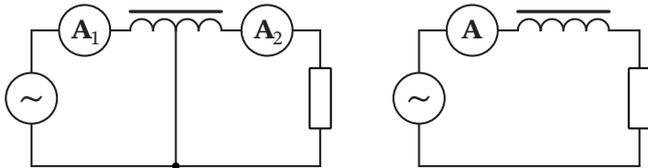


**1. Как в трансформаторе (9 баллов)**

Катушка намотана на тороидальный сердечник с большой магнитной проницаемостью. К витку в середине катушки присоединён провод, и собрана цепь, показанная на рисунке слева. Напряжение на выводах идеального генератора меняется по гармоническому закону, амплитуда не зависит от подключаемой нагрузки, внутреннее сопротивление пренебрежимо мало. Идеальные амперметры переменного тока A_1 и A_2 показывают токи I_1 и I_2 .



Что показывает идеальный амперметр переменного тока в цепи на рисунке справа, если эта цепь составлена из тех же элементов, что и цепь на рисунке слева?

2. Излучает и падает (10 баллов)

В соответствии с законами классической электродинамики заряженная частица, движущаяся с ускорением, излучает электромагнитные волны. Релятивистские эффекты в этой задаче не учитываются. Масса и модуль заряда электрона, скорость света в вакууме и электрическая постоянная равны m_e , e , c и ϵ_0 соответственно.

2а. (4 балла) Пусть электрон движется вокруг протона по орбите, близкой к круговой. Протон считаем неподвижным, поскольку его масса много больше m_e . Известно, что мощность излучения движущегося электрона дается формулой

$$P = A \cdot e^\alpha c^\beta \epsilon_0^\gamma a^\delta,$$

где a — ускорение электрона, A — безразмерная константа. Определите показатели степени: α , β , γ , δ .

2б. (6 баллов) В процессе излучения энергия электрона уменьшается, поэтому он должен двигаться не по окружности, а по спирали и в некоторый момент времени должен упасть на протон. Предполагая, что за время, равное периоду обращения электрона, расстояние R между электроном и протоном изменяется незначительно, а также считая известной постоянную A в приведённой выше формуле, определите время Δt , за которое расстояние R уменьшается от известного значения R_0 на ΔR , при условии, что $\Delta R \ll R_0$. Найдите время $t_{1/2}$, за которое расстояние R уменьшается от значения R_0 до значения $\frac{R_0}{2}$.

Указание. Может оказаться полезной формула

$$\int_a^b x^n dx = \frac{1}{n+1} (b^{n+1} - a^{n+1}), \quad n \neq -1.$$

3. Похоже на диод (11 баллов)

Две плоские металлические пластины площадью S располагаются параллельно друг другу в точках с координатами $x = 0$ (первая пластина) и $x = d$ (вторая пластина) при этом $S \gg d^2$. Ось Ox перпендикулярна пластинам.

Первая пластина заземлена, потенциал второй пластины равен $-U_0$. Пространство между пластинами заполнено полупроводником, в котором носителями заряда являются частицы с зарядом q ($q > 0$). Ток в полупроводнике — это коллективное, направленное движение этих частиц. Диэлектрическая проницаемость полупроводника равна единице. Электрическая постоянная равна ϵ_0 .

3а. (5 баллов) При больших значениях U_0 движение носителей заряда определяется действием электрических сил и сил сопротивления. Можно считать, что средняя скорость движения носителей в направлении поля в точке с координатой x в пространстве между пластинами пропорциональна напряжённости в этой точке $v(x) = \mu E(x)$, где μ — известная константа.

Пусть ток между пластинами установился, средняя скорость носителей $v(x)$, плотность заряда $\rho(x)$ и потенциал $U(x)$ не меняются со временем. Предполагая, что потенциал зависит от координаты по степенному закону $U(x) = Ax^\alpha$, определите значения постоянных A и α . Найдите ток между пластинами. Считайте известными значения параметров U_0 , μ , d и S .

3б. (4 балла) При небольших значениях U_0 движение носителей обусловлено диффузией. Сила тока в этом случае удовлетворяет соотношению

$$I = -S \left(\frac{\mu kT}{q} \right) \frac{d\rho}{dx},$$

где k — постоянная Больцмана, T — абсолютная температура. Пусть ток между пластинами установился. Предполагая степенную зависимость потенциала от координаты $U(x) = Bx^\beta$, определите значения постоянных B и β . Найдите силу тока. Считайте известными значения параметров U_0 , μ , d , q , T и S .

3с. (2 балла) Какому сильному неравенству вида

$$U_0 \ll f(q, \mu, T)$$

должно удовлетворять значение потенциала U_0 , чтобы его можно было считать небольшим, как в пункте 3б?

4. Термодинамика жидкости (13 баллов)

Коэффициент теплового расширения при постоянном давлении некоторой жидкости равен $\alpha = \frac{1}{V} \cdot \frac{\Delta V}{\Delta T} = 7,5 \cdot 10^{-4} \text{ К}^{-1}$, сжимаемость этой жидкости при постоянной температуре равна $\beta = -\frac{1}{V} \cdot \frac{\Delta V}{\Delta P} = 1,1 \cdot 10^{-9} \text{ Па}^{-1}$, а её молярная теплоёмкость при постоянном объёме равна $c_V = 112 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К})$. Эти параметры можно считать постоянными в условиях данной задачи. Внутренняя энергия одного моля рассматриваемой жидкости является функцией двух переменных: молярного объёма V и температуры T и дается формулой

$$U(V, T) = A_1 T + A_2 V + A_3 VT - pV,$$

где A_1, A_2, A_3 — неизвестные константы, V — молярный объём, $p = p(V, T)$ — молярное давление, являющееся функцией тех же двух переменных V и T .

Продолжение задания см. на листе 2

4а. (2 балла) Считая молярный объём V функцией двух переменных: молярного давления p и температуры T , выразите малое изменение dV через малые изменения dp и dT , а также данные в условии постоянные.

4б. (2 балла) Определите зависимость давления от температуры $p(T)$ в изохорном процессе, считая известным значение давления p_0 при температуре T_0 . Ответ выразите через заданные в условии постоянные, а также параметры p_0 и T_0 .

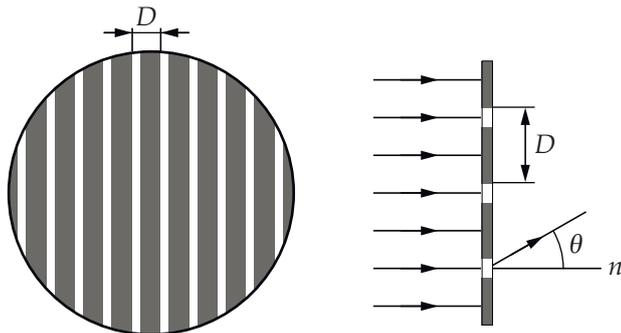
4с. (2 балла) Найдите значения постоянных A_1 и A_3 в выражении для внутренней энергии. В этом пункте и в следующих получите числовые ответы.

4д. (4 балла) Рассмотрев бесконечно малый цикл Карно, совершаемый с жидкостью, определите значение постоянной A_2 в выражении для внутренней энергии.

4е. (2 балла) Для температуры $T_0 = 300$ К определите значение молярной теплоёмкости при постоянном давлении c_p , если молярный объём жидкости в рассматриваемом состоянии равен $V = 58$ см³/моль.

5. Решётки (12 баллов)

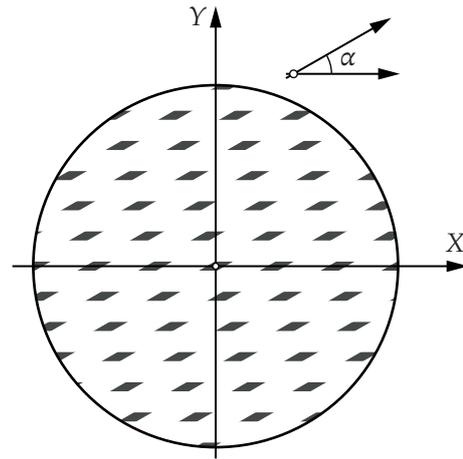
Дифракционная решётка (см. рисунок слева) представляет собой непрозрачную пластинку, в которой с пространственным периодом D сделаны N ($N \gg 1$) узких прорезов (штрихов) толщиной h . В этой задаче мы рассматриваем решётки, содержащие $n = 100$ штрихов на миллиметр, считая при этом, что $h = 0,1D$. Во всех пунктах задачи решётка располагается параллельно экрану, на котором наблюдается дифракционная картина, на расстоянии $L = 3$ м от него. Экраном считаем участок вертикальной стены высотой 1 м и шириной 2 м. Решётка освещается лучом лазерной указки диаметром $d = 2$ мм с длиной волны $\lambda = 532$ нм, падающим на решётку по нормали. Если бы решётки не было, луч попадал бы в центр экрана.



5а. (5 баллов) Пусть штрихи решётки ориентированы вертикально. При нормальном падении лазерного луча на решётку на экране наблюдается система ярких пятен. Сколько всего светлых пятен будет видно на экране? Чему будет равно расстояние между соседними пятнами вблизи центра экрана? Оцените поперечный размер центрального светлого пятна.

5б. (7 баллов) Пусть две дифракционные решётки накладываются друг на друга. Штрихи одной решётки располагаются горизонтально, а штрихи другой составляют угол α с горизонтальной прямой. В результате получается непрозрачная пластинка, на которой периодически распределяются прозрачные области в виде параллелограммов.

Схематично такая пластинка показана на рисунке ниже, тёмные параллелограммы символизируют прозрачные области.



При освещении такой двумерной решётки лазером на экране наблюдается система светлых пятен. Пусть на экране задана система координат YOX , направление осей OY и OX совпадает с направлением осей на рисунке, начало координат находится в центре экрана.

Пусть угол α равен $\frac{\pi}{2}$. Сделайте рисунок, изобразите дифракционную картину. Укажите координаты светлых пятен на экране.

Укажите координаты светлых пятен для случая $\alpha \neq \frac{\pi}{2}$. Качественно опишите траекторию максимумов при увеличении угла α .