Глава 6

ЭЛЕМЕНТЫ ТЕРМОДИНАМИКИ

§6.1. Работа газа в термодинамике

6.1.1. Работа газа как изменение потенциальной энергии окружающих тел. Примеры: изохорный и изобарный процессы, расширение газа в пустоту. Пусть газ взаимодействует с механической системой, потенциальная энергия которой W определена. Примерами механических систем могут быть системы грузов в поле тяжести и пружин. Пусть в некотором процессе потенциальная энергия окружающей механической системы изменилась на величину ΔW, а все тела этой системы *остались в состоянии покоя*. Тогда будем говорить, что газ совершил в данном процессе работу $A = \Delta W$.

Приведем некоторые примеры процессов с газами. Если газ нагревается при постоянном объеме (*изохорный* процесс), то потенциальная энергия окружающих тел не изменяется; следовательно, работа газа в данном процессе равна нулю.

Пусть теперь газ находится в цилиндре (площадь поперечного сечения S) под поршнем, на котором стоит груз массой M (рис. 6.1).

Условие равновесия поршня $PS = Mg$ показывает, что давление газа в такой системе постоянно и равно $P = \frac{Mg}{S}$ (*изобарный* процесс). При нагревании газа он расширяется — груз поднимается на высоту Δh, а его потенциальная энергия возрастает на $Mg\Delta h$. Эту величину, равную работе газа, можно выразить через изменение его объема ΔV: $A = Mg\Delta h = PS\Delta h = P\Delta V$.

Не всегда при увеличении своего объема газ совершает работу. Рассмотрим процесс расширения газа в пустоту без совершения работы. Пусть сосуд разделен на две половины в одной из которых находится газ, в другой — вакуум. В перегородке образуется отверстие, и газ занимает весь объем сосуда (рис. 6.2).

Поскольку в таком процессе состояния (а значит и потенциальная энергия) окружающих тел не меняются, работа газа в таком процессе равна нулю, хотя его объем и увеличился в два раза.

6.1.2. Равновесные и неравновесные процессы с газами. Работа газа в равновесном процессе. Процессы плавного расширения газа под поршнем и расширения газа в пустоту являются важными примерами равновесного и неравновесного процесса. В равновесном процессе в каждый момент времени состояние системы можно считать

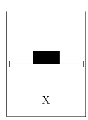

Рис. 6.1. ***

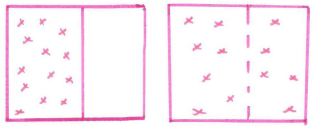

Рис. 6.2. ***

равновесным — в неравновесном процессе расширения газа в пустоту без совершения работы равновесными являются только начальное и конечное состояния. Поэтому равновесные процессы можно изображать на (PV)-диаграмме непрерывными линиями (рисунок слева), а неравновесные — изображаются только начальной и конечной точками (рисунок справа) (рис. 6.3).

Рассчитаем работу газа в равновесном процессе.

Будем считать, что поршень взаимодействует с нелинейной пружиной, потенциальная энергия которой зависит от величины ее сжатия x по закону $W(x)$, а сила упругости сжатой на x пружины равна $F = \dfrac{dW}{dx}$.

При увеличении объема газа на dV пружина сжимается на $dx = \dfrac{dV}{S}$; ее потенциальная энергия увеличивается на

$$dW = \frac{dW}{dx}dx = Fdx.$$

В равновесии сила упругости и сила давления, действующие на поршень, уравновешивают друг друга; следовательно, $F = PS$. Поэтому при равновесном увеличении объема на dV газ совершает работу PdV.

Пусть равновесный процесс над газом, в котором его объем все время увеличивается, изображается на PV-диаграмме в виде непрерывной кривой; тогда его можно разбить на малые участки, на каждом из которых давление можно считать приближенно постоянным; тогда работа запишется в виде суммы большого числа слагаемых PdV,

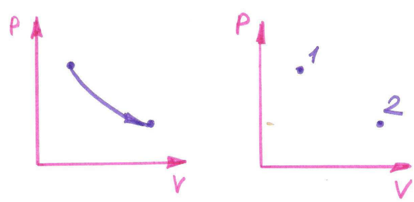

Рис. 6.3. ***

или интеграла

$$A = \int_{V_1}^{V_2} PdV. \tag{6.1}$$

Этот интеграл можно изобразить в виде площади под графиком процесса (рис. 6.4).

Если объем газа уменьшается, работа газа отрицательна и равна интегралу (6.1) по модулю.

§6.2. Принцип эквивалентности теплоты и работы — первое начало термодинамики

6.2.1. Калорические свойства газов. Опыт Гей-Люссака (1807) по расширению воздуха в пустоту без совершения работы; опыт Делароша и Берара (1813) по измерению изобарной теплоемкости воздуха; опыт Дезорма и Клемана (1816) по изучению адиабатного процесса. Эксперименты, приведшие к установлению калорических свойств газов, были проведены в начале XIX века.

В 1807 г. Гей-Люссак провел опыт по расширению воздуха в пустоту без совершения работы. Система Гей-Люссака состояла из двух сосудов, соединенных трубкой с краном. Вначале, когда кран был закрыт, в первом сосуде находился воздух, а из второго — был выкачан.

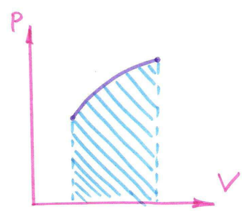

Рис. 6.4. ***

Кран открыли — воздух равномерно распределился по сосудам. Как показал опыт, температура t_2, установившаяся в системе после выравнивания температур в сосудах, равна начальной температуре t_1: $t_2 = t_1$.

В 1813 г. Деларош и Берар провели опыт по измерению теплоемкости воздуха. В опыте воздух по трубке пропускался через смесь воды со льдом *при постоянном (атмосферном) давлении*. Воздух охлаждался — лед таял. По количеству растаявшего льда можно было определить, какое количество теплоты получил воздух, а измерив изменение температуры — определить теплоемкость воздуха *при постоянном давлении*; оказалось, что она равна $c_P \simeq 0,267 \ \frac{\text{кал}}{\text{г} \cdot \ {}^\circ\text{C}}$ (современное значение $c_P \simeq 0,24 \ \frac{\text{кал}}{\text{г} \cdot \ {}^\circ\text{C}}$).

В 1816 г. Дезорм и Клеман наблюдали *адиабатный* процесс, в котором оказываемое на воздух давление медленно менялось, а теплообмена с окружающей средой не было. Обработку результатов опыта Дезорма и Клемана провел Лаплас, установивший, что в исследованном процессе давление является степенной функцией плотности:

$$P \sim \rho^\gamma.$$

Показатель адиабаты γ для воздуха оказался равен $\gamma \simeq 1,4$.

6.2.2. Концепция теплорода, ее экспериментальное предсказание. Упущенный шанс Лапласа по опровержению концепции теплорода. Во времена проведения опытов по исследованию калорических свойств газов общепринятой была концепция о теплороде, согласно которой теплота является особым видом материи, который перетекает от одного тела к другому в процессе теплообмена. Поскольку количество теплоты интерпретировалось в данной концепции как количество полученного телом теплорода, в циклическом процессе, в котором тело возвращается в *прежнее* состояние, количество теплорода в теле не меняется — с точки зрения концепции теплорода тело в цикле должно в сумме получить *нулевое* количество теплоты:

концепция теплорода $\Rightarrow$ $Q = 0$ в цикле

Таким образом, любой пример цикла с отличным от нуля тепловым эффектом *опровергает* концепцию теплорода.

Пример такого цикла *мог* привести (но так и не привел!) Лаплас, открывший уравнение адиабаты. Действительно, рассмотрим цикл, состоящий из трех стадий, изображенных на рисунке 6.5.

- 12 — расширение воздуха в пустоту без совершения работы (этот процесс неравновесный и изображается на PV-диаграмме не непрерывной кривой, а начальной и конечной точками);
- 23 — равновесное адиабатное сжатие воздуха;
- 31 — охлаждение воздуха при постоянном давлении.

В таком цикле тепловой эффект отличен от нуля только на стадии 31 (он отрицателен); во всем цикле $Q < 0$ — концепция теплорода опровергнута.

Однако Лаплас так и не нашел этого противоречия в концепции теплорода — развитие термодинамики пошло по другому пути.

6.2.3. Количество теплоты, полученное газом в равновесном процессе. Уравнение равновесной адиабаты. Связь показателя адиабаты γ с C_P/C_V (формула Пуассона). В 1823 г. Пуассон исследовал вопрос о том, какое количество теплоты δQ надо сообщить газу для изменения его давления на малую величину dP и объема на dV. По

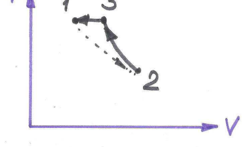

Рис. 6.5. ***

предположению Пуассона, это количество теплоты линейно зависит от dP и dV:

$$\delta Q = Q_P dP + Q_V dV,$$

где Q_P и Q_V — некоторые коэффициенты, которые можно выразить через изобарную (при постоянном давлении) и изохорную (при постоянном объеме) теплоемкости C_P и C_V.

Пусть T — температура газа по газовой шкале. Рассмотрим изобарный процесс, в котором $dV = 0$. Полученное газом количество теплоты, с одной стороны, равно $C_P dT$, с другой стороны — равно $Q_V dV$. Следовательно,

$$Q_V = C_P \frac{dT}{dV}, \quad P = \text{const}.$$

Поскольку $PV = \nu RT$, в изобарном процессе $PdV = \nu RdT$, и $\dfrac{dT}{dV} = \dfrac{P}{\nu R}$. Отсюда

$$Q_V = C_P \frac{P}{\nu R}.$$

Аналогично, коэффициент Q_P выражается через изохорную теплоемкость воздуха:

$$Q_P = C_V \frac{dT}{dP}, \quad V = \text{const}.$$

Учтем, что в изохорном процессе $VdP = \nu RdT$, тогда

$$Q_P = C_V \frac{V}{\nu R}.$$

Комбинируя полученные результаты, вслед за Пуассоном приходим к соотношению для количества теплоты, полученного газом в бесконечно малом равновесном процессе:

$$\delta Q = \frac{1}{\nu R}[C_V V dP + C_P P dV].$$

В равновесном адиабатном процессе полученное газом количество теплоты должно обращаться в нуль; отсюда

$$C_V V dP + C_P P dV = 0 \quad \Longleftrightarrow \quad \frac{dP}{dV} = -\frac{C_P}{C_V}\frac{P}{V}. \tag{6.2}$$

Учтем, что в адиабатном процессе давление является степенной функцией объема: $P = AV^{-\gamma}$, $A = \mathrm{const}$; тогда

$$\frac{dP}{dV} = A(-\gamma)V^{-\gamma-1} = -\gamma\frac{P}{V}.$$

Сравнивая данное соотношение с (6.2), находим, что показатель адиабаты γ связан с изобарной и изохорной теплоемкостями как

$$\frac{C_P}{C_V} = \gamma. \tag{6.3}$$

Соотношение Пуассона (6.3) позволило определить изохорную теплоемкость воздуха $C_V = C_P/\gamma$ из известных значений C_P и γ (прямые измерения C_V оказались возможны только в конце XIX века).

6.2.4. Опровержение концепции теплорода: циклический процесс Майера (1841) с ненулевым тепловым эффектом. Гипотеза Майера об эквивалентности теплоты и работы. Механический эквивалент теплоты. Подтверждение принципа эквивалентности в опытах Джоуля. В 1841 г. Майер предложил пример циклического процесса с отличным от нуля тепловым эффектом и опроверг тем самым концепцию теплорода. Цикл Майера изображен на рисунке 6.6.

Он состоит из следующих стадий:

- расширение 12 газа в пустоту без совершения работы;
- охлаждение 32 при постоянном давлении;
- нагревание 31 при постоянном объеме.

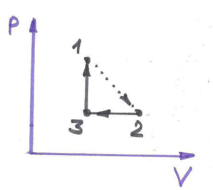

Рис. 6.6. ***

Рассчитаем тепловой эффект цикла Майера. Пусть $T_1 = T_2$ и T_3 — температуры газа в точках 1, 2 и 3. На участке 12 тепловой эффект равен нулю; на участке 23 — газ отдает количество теплоты $C_P(T_2 - T_3)$, на участке 31 — получает количество теплоты $C_V(T_2 - T_3)$, общий тепловой эффект равен

$$Q = -(C_P - C_V)(T_2 - T_3) < 0.$$

Перед Майером встал вопрос, чем же заменить концепцию теплорода. По предположению Майера, причиной отличного от нуля теплового эффекта является совершенная работа. Рассчитаем вслед за Майером работу газа в цикле.

В цикле Майера газ совершает работу только на участке 23: она отрицательна и равна

$$A = -P_2(V_2 - V_3) = -\nu R(T_2 - T_3)$$

(P_2 и V_2 — давление и объем газа в точке 2, V_3 — объем газа в точке 3).

Таким образом, в рассмотренном Майером типе циклических процессов отношение совершенной работы к полученному количеству теплоты равно константе

$$\frac{A}{Q} = \frac{\nu R}{C_P - C_V} = \text{const}. \tag{6.4}$$

Майер предположил, что пропорциональность количества теплоты, полученного системой в цикле, и совершенной системой работы является всеобщим законом природы:

$$\frac{A}{Q} = I_Q = \text{const}, \qquad \text{в цикле.} \tag{6.5}$$

Входящая в соотношение (6.5) фундаментальная физическая постоянная I_Q (измеряемая в $\dfrac{\text{кгс} \cdot \text{м}}{\text{кал}}$ или в Дж/кал) называется *механическим эквивалентом теплоты*.

В дальнейшем принцип эквивалентности теплоты и работы (6.5) был подтвержден Джоулем в различных опытах (1840-е годы) и получил статус *первого начала термо-*

динамики. Один из опытов Джоуля состоял в том, что опускающийся груз приводил в движение механизм, размешивающий воду — вода нагревалась; определялось, какому количеству теплоты эквивалентно изменение потенциальной энергии опускающегося груза.

6.2.5. Численный расчет механического эквивалента теплоты. Измерение количества теплоты и работы в одних единицах. Представление теплоемкостей идеального газа через показатель адиабаты. Рассчитаем численное значение механического эквивалента теплоты.

Воспользуемся следующими экспериментальными данными:

- удельная изобарная теплоемкость воздуха $c_P \simeq$ $\simeq 0,26 \dfrac{\text{кал}}{\text{г} \cdot \ {}^\circ\text{C}} = 260 \dfrac{\text{кал}}{\text{кг} \cdot \ {}^\circ\text{K}}$;
- показатель адиабаты $\gamma = 1,4$;
- плотность воздуха при температуре $0\ {}^\circ\text{C}$ $(T \simeq 270\ {}^\circ\text{K})$ и атмосферном давлении $P \simeq 10^4 \dfrac{\text{кгс}}{\text{м}^2}$ составляет $\rho = \dfrac{m}{V} =$ $= 1,3 \dfrac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

Тогда из формулы Майера (6.4) получим:

$$I_Q = \frac{\nu R}{C_P - C_V} = \frac{PV/T}{c_P(1 - 1/\gamma)m} = \frac{P}{\rho T c_P (1 - 1/\gamma)} \simeq 4 \frac{\text{Дж}}{\text{кал}}.$$

Основываясь на принципе эквивалентности теплоты и работы, можно привести все количества теплоты и работы к одним единицам измерения, умножив все количества теплоты на I_Q — тогда как количество теплоты, так и работа будут измеряться в одних единицах. В такой системе единиц:

- механический эквивалент теплоты равен единице;
- принцип эквивалентности теплоты и работы запишется в виде

$$A = Q \qquad \text{в цикле.}(\mathbf{??})$$

- теплоемкости идеального газа умножаются на $\dfrac{\nu R}{C_P - C_V}$ и становятся равными

$$C_P = \frac{\nu R \gamma}{\gamma - 1}, \quad C_V = \frac{\nu R}{\gamma - 1};$$

6.2.6. Понятие о внутренней энергии. Закон сохранения энергии в тепловых процессах. Общая схема решения задач на закон сохранения энергии. Используя принцип эквивалентности теплоты и работы (**??**), Гельмгольц (1847) ввел понятие внутренней энергии и переформулировал первое начало термодинамики как *закон сохранения энергии применительно к тепловым процессам.*

Чтобы найти изменение *внутренней энергии* $U_2 - U_1$ при переходе термодинамической системы из состояния "1"в состояние "2", следует провести над системой процесс "1" → "2", в котором система получает количество теплоты $Q_{1\to 2}$ и совершает работу $A_{1\to 2}$. Тогда приращение внутренней энергии составит

$$U_2 - U_1 = Q_{1\to 2} - A_{1\to 2}. \tag{6.6}$$

Корректность определения (6.6) (независимость приращения внутренней энергии от выбора процесса $1 \to 2$) обеспечивается принципом эквивалентности теплоты и работы.

Используя понятие внутренней энергии, можно переформулировать первое начало термодинамики как закон сохранения энергии: начальная энергии изолированной системы (с учетом как потенциальных, так и внутренних энергий подсистем) равна конечной. При решении задач закон сохранения энергии дает одно уравнение, из которого можно определить неизвестную величину.

6.2.7. Расчет внутренней энергии идеального газа. Рассчитаем внутреннюю энергию идеального газа с показателем адиабаты γ.

Пусть "1" → "2" — изохорный процесс. Тогда совершенная газом работа равна нулю, а полученное количество теплоты

$$Q_{1\to 2} = C_V(T_2 - T_1) = \frac{\nu R}{\gamma - 1}(T_2 - T_1) = \frac{1}{\gamma - 1}(P_2V_2 - P_1V_1).$$

Следовательно,

$$U_2 - U_1 = \frac{1}{\gamma - 1}(P_2V_2 - P_1V_1).$$

Пусть "3" $\to$ "4" — изобарный процесс. Тогда полученное газом количество теплоты

$$Q_{3\to 4} = C_P(T_4 - T_3) = \frac{\nu R\gamma}{\gamma - 1}(T_4 - T_3) = \frac{\gamma}{\gamma - 1}(P_4V_4 - P_3V_3).$$

Совершенная работа равна

$$A_{3\to 4} = P_3(V_4 - V_3) = P_4V_4 - P_3V_3.$$

Следовательно,

$$U_4 - U_3 = Q_{3\to 4} - A_{3\to 4} = \frac{1}{\gamma - 1}(P_4V_4 - P_3V_3).$$

Таким образом, как в изобарном, так и в изохорном процессах

$$\Delta U = \Delta(\frac{1}{\gamma - 1}PV).$$

Это соотношение справедливо и для процесса, состоящего из конечного числа изохор и изобар. Таким образом, внутренняя энергия идеального газа

$$U = \frac{1}{\gamma - 1}PV + \mathrm{const}.$$

§6.3. Примеры процессов в термодинамике

6.3.1. Равновесное и неравновесное расширение и сжатие идеального газа. Исследование термодинамических процессов на обратимость. Изображение равновесных и неравновесных процессов на термодинамической диаграмме. Проанализируем с точки зрения закона сохранения энергии простейший неравновесный процесс. Занимающий объем V идеальный газ находится в цилиндре под поршнем, на котором стоит груз массой M. На поршень, который придерживают, ставят дополнительный груз, в результате чего общая масса груза на поршне увеличивается до M'. Поршень отпускают — после затухания колебаний устанавливается новое равновесное состояние. Требуется найти объем газа V' в новом равновесном состоянии (рис. 6.7).

Пусть z и z' — начальная и конечная высоты поршня, P и P' — начальное и конечное давления на поршне, S — площадь поршня.

Поскольку на этапе установления нового равновесного состояния система была изолирована, можно записать закон сохранения энергии: сумма начальной потенциальной энергии груза $M'gz$ и внутренней энергии газа $\frac{1}{\gamma-1}PV + \mathrm{const}$ равна сумме конечной потенциальной энергии груза $M'gz'$ и внутренней энергии газа $\frac{1}{\gamma-1}P'V' + \mathrm{const}$. Отсюда

$$M'gz + \frac{1}{\gamma-1}PV = M'gz' + \frac{1}{\gamma-1}P'V'.$$

Как до появления дополнительного груза, так и в конце процесса система находилась в равновесии:

$$PS = Mg, \quad P'S = M'g.$$

Следовательно, закон сохранения энергии запишется как

$$P'V + \frac{1}{\gamma-1}PV = P'V' + \frac{1}{\gamma-1}P'V' \quad \Longleftrightarrow$$
$$\Longleftrightarrow \quad V' = V\left[1 - \frac{1}{\gamma} + \frac{1}{\gamma}\frac{P}{P'}\right] = V\left[1 - \frac{1}{\gamma} + \frac{1}{\gamma}\frac{M}{M'}\right].$$

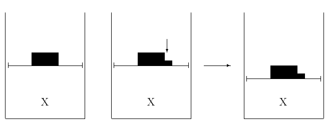

Рис. 6.7. ***

Исследуем рассматриваемый неравновесный процесс на обратимость. Снимем с поршня дополнительный груз и исследуем, каким окажется конечный объем V'' системы. Проводя аналогичные вычисления (M и M' меняются местами), получим:

$$V'' = V'\left[1 - \frac{1}{\gamma} + \frac{1}{\gamma}\frac{M'}{M}\right] \neq V.$$

Таким образом, система *не* вернулась в прежнее состояние: объем газа при попытке обратить процесс увеличился по сравнению с первоначальным значением. Приходим к выводу, что неравновесный процесс необратим.

Как прямой, так и обратный процесс можно изобразить на термодинамической диаграмме, изображая точками равновесные состояния (рис. 6.8).

Поскольку промежуточные состояния не являются равновесными, соединять точки линиями нельзя.

Как осуществить процесс сжатия и растяжения обратимо? Для этого следует нагружать поршень *постепенно*. Будем считать, что процесс изменения массы груза на поршне осуществляется за большое число n шагов, причем на каждом шаге масса изменяется в одно и то же число раз $(M'/M)^{1/n}$. Найдем конечный объем системы в этом случае.

На каждом шаге объем изменяется в $\left[1 - \frac{1}{\gamma} + \frac{1}{\gamma}\left(\frac{M}{M'}\right)^{1/n}\right]$ раз, а общее изменение объема составит

$$\frac{V'}{V} = \left[1 - \frac{1}{\gamma} + \frac{1}{\gamma}\left(\frac{M}{M'}\right)^{1/n}\right]^n. \tag{6.7}$$

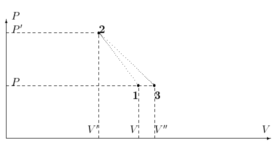

Рис. 6.8. ***

Упростим выражение (6.7) при больших n. Имеем:

$$\left(\frac{M}{M'}\right)^{1/n} - 1 = e^{\frac{1}{n}\ln\frac{M}{M'}} - 1 \simeq \frac{1}{n}\ln\frac{M}{M'};$$

$$\frac{V'}{V} \simeq \left[1 + \frac{1}{n\gamma}\ln\frac{M}{M'}\right]^n \simeq e^{\frac{1}{\gamma}\ln\frac{M}{M'}} = \left(\frac{M}{M'}\right)^{1/\gamma}.$$

Здесь использована приближенная формула $(1 + \frac{a}{n})^n \simeq e^a$.

Таким образом, при бесконечно медленном изменении нагрузки на поршень объем газа изменяется в $(M/M')^{1/\gamma}$ раз, что согласуется с уравнением равновесной адиабаты. В обратном процессе объем газ изменился бы в $(M'/M)^{1/\gamma}$ раз, возвратившись к своему прежнему значению. Таким образом, процесс бесконечно медленного изменения давления на поршень обратим.

Этот процесс можно изобразить на PV-диаграмме в виде последовательности большого числа n точек, обозначая все промежуточные равновесные состояния системы. При больших n построенные точки ложатся на гладкую кривую. Таким образом, равновесные процессы, состоящие из последовательности большого числа близких друг к другу равновесных состояний, изображаются на термодинамической диаграмме непрерывными кривыми (рис. 6.9).

6.3.2. Тепловые двигатели. Методы решения задач на расчет коэффициента полезного действия (КПД) теплового двигателя. Циклические процессы, в которых газ совершает положительную работу $A > 0$, можно использовать для конструирования тепловых двигателей.

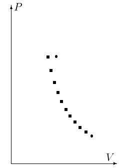

Рис. 6.9. ***

Важной характеристикой теплового двигателя является его коэффициент полезного действия (КПД). Чтобы рассчитать КПД теплового двигателя, работающего по заданному циклу, следует:

- выделить участки цикла, на которых получаемое системой количество теплоты положительно (в сумме Q_+) и отрицательно (в сумме $-Q_-$);
- рассчитать КПД по формуле

$$\text{КПД} = \frac{A}{Q_+} = \frac{Q_+ - Q_-}{Q_+}.$$

6.3.3. Циклический процесс Карно. Расчет КПД цикла Карно для идеального газа. Циклический процесс Карно состоит из двух изотерм 12 и 34 и двух равновесных адиабат 23 и 41 (рис. 6.10).

Рассчитаем КПД данного цикла для идеального газа.

Пусть ν — количество вещества газа, $T_\pm$ — температуры изотермических стадий. Введем обозначения для давлений и объемов:

- в состоянии 1 — (P_1, V_1);
- в состоянии 2 — $(\frac{1}{n}P_1, nV_1)$;
- в состоянии 4 — (P_4, V_4);
- в состоянии 3 — $(\frac{1}{k}P_4, kV_4)$.

Учтем, что точки 1 и 4, как и точки 2 и 3, соединяются адиабатой:

$$P_1V_1^\gamma = P_4V_4^\gamma, \quad P_1\frac{1}{n}(nV_1)^\gamma = P_4\frac{1}{k}(kV_4)^\gamma.$$

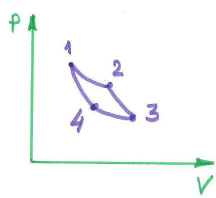

Рис. 6.10. ***

Путем деления одного соотношения на другое устанавливаем, что $k = n$.

Поскольку внутренние энергии идеального газа в точках 1 и 2 совпадают, получаемое на участке 12 количество теплоты равно совершенной работе

$$Q_{12} = A_{12} = \int\limits_{V_1}^{nV_1} dV \frac{\nu RT_+}{V} = \nu RT_+ \ln n.$$

Аналогично, на участке 34 газ отдает количество теплоты

$$Q_{34} = A_{34} = -\int\limits_{V_4}^{nV_4} dV \frac{\nu RT_-}{V} = -\nu RT_- \ln n.$$

На участках 23 и 41 тепловые эффекты равны нулю. Следовательно,

$$Q_+ = \nu RT_+ \ln n, \quad Q_- = \nu RT_- \ln n.$$

Отсюда

$$\text{КПД} = 1 - \frac{Q_-}{Q_+} = 1 - \frac{T_-}{T_+}. \tag{6.8}$$

§6.4. Понятие о втором начале термодинамики

6.4.1. Эмпирическая формулировка второго начала термодинамики. Независимость от вида рабочего тела КПД тепловой машины Карно. Еще в 1824 году Карно показал, что КПД цикла Карно не зависит от вида рабочего тела, а определяется температурами нагревателя и холодильника. Однако доказательство Карно основывалось на неверной гипотезе о теплороде: он считал, что теплота отбирается от нагревателя, *полностью* переходит к холодильнику, да еще при этом совершается положительная работа.

После открытия принципа эквивалентности теплоты и работы и опровержения гипотезы о теплороде вопрос о том, зависит ли КПД цикла Карно от вида рабочего тела, вновь стал открытым: потребовалось придумать доказательство теоремы Карно, основанное на иных аксиомах. Сформулировав *второе начало термодинамики*, Клаузиус и Томсон (1850) дали доказательство, не использующее концепцию о теплороде.

Клаузиус сформулировал второе начало термодинамики следующим образом:

> невозможен переход тепла от более холодного тела к более горячему без компенсации.

В дальнейшем эта формулировка подвергалась критике: чтобы формулировка была корректной, следует сначала сформулировать, какое тело называется более холодным, а какое — более горячим. Однако идея Клаузиуса может быть сформулирована и по-другому:

> невозможен процесс, в результате которого два тела с одинаковой температурой без коменсации переходят в состояния с разной температурой.

Томсон (1850) использовал немного другую формулировку:

> невозможен вечный двигатель второго рода — тепловая машина, совершающая в циклическом процессе положительную работу за счет изменения состояния («охлаждения») только одного тела («нагревателя» при отсутствии «холодильника»).

Эмпирические формулировки Клаузиуса и Томсона несут в себе один и тот же смысл: если неверна одна из формулировок — неверна и другая.

Отталкиваясь от любой из эмпирических формулировок второго начала термодинамики, можно прийти к теореме о независимости КПД цикла Карно от вида рабочего тела. Для определенности возьмем за основу формулировку Томсона о невозможности вечных двигателей второго рода.

Пусть сконструированы две тепловые машины Карно, использующие нагреватель и холодильник с температурами t_+ и t_-, но имеющие разные КПД.

Увеличивая или уменьшая одну из тепловых машин, добьемся, чтобы тепловые машины отдавали холодильнику одно и то же количество теплоты: $Q_-{}^{(1)} = Q_-{}^{(2)} = Q_-$; — тогда ввиду различия КПД они получат от нагревателей разные количества теплоты: $Q_+^{(1)} > Q_+^{(2)}$.

Запустим первую из тепловых машин в прямом направлении, вторую — в обратном; тогда составная тепловая машина получит от нагревателя количество теплоты $Q_+{}^{(1)} - Q_+{}^{(2)}$, отдаст холодильнику нулевое количество теплоты, совершит положительную работу, — будет построен вечный двигатель второго рода (рис. 6.11).

6.4.2. Термодинамическая шкала температуры. Связь термодинамической температуры и температуры, измеряемой газовым термометром. Пусть температура нагревателя, измеренная по газовой температурной шкале, равна T_+, а температура холодильника, измеренная по этой же шкале, равна T_-. КПД циклического процесса Карно с такими нагревателем и холодильником оказывается согласно соотношению (6.8) равен

$$\text{КПД} = 1 - \frac{T_-}{T_+}, \tag{6.9}$$

если в качестве рабочего тела выбран идеальный газ. Поскольку КПД цикла Карно не зависит от вида рабочего те-

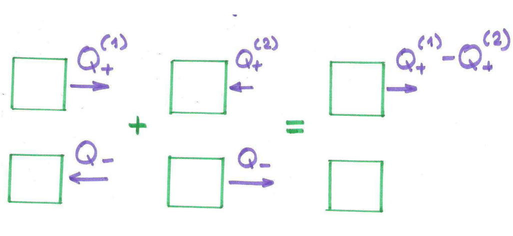

Рис. 6.11. ***

ла, соотношение (6.9) оказывается справедливым и для любого другого вещества.

Формула для КПД цикла Карно (6.9) рассматривается в качестве *определения* термодинамической шкалы температуры. Согласно данному определению, чтобы измерить отношение термодинамических температур двух тел, следует взять эти тела в качестве нагревателя и холодильника для тепловой машины Карно с *произвольным* рабочим телом, измерить КПД этой тепловой машины и найти из формулы (6.9) отношение температур холодильника и нагревателя T_-/T_+ по термодинамической шкале. С точностью до умножения на константу термодинамическая температура совпадает с температурой, измеряемой газовым термометром.

Поскольку определены не сами значения температур, а их отношения, следует выбрать *эталон термодинамической температуры* — тело, термодинамическая температура которого задана. В системе СИ единицей измерения термодинамической температуры является *кельвин*, подбираемый следующим образом: термодинамическая температура тройной точки воды, в которой вода, лед и водяной пар находятся в равновесии, составляет 273,16 К точно.

Определение температурной шкалы на основе соотношения для КПД цикла Карно *предпочтительнее* определения на основе уравнения идеального газа $PV = \nu RT$ по следующей причине: формула для КПД цикла Карно является *точной* и универсальной, не зависящей от вида рабочего тела — уравнение идеального газа является *приближенным*, справедливым лишь для достаточно разреженных газов с некоторой погрешностью.