

ПРИЛОЖЕНИЕ 6.3
К КУРСАМ О.Ю.ШВЕДОВА
«ВВЕДЕНИЕ В ФИЗИКУ» И
«ИСЧИСЛЕНИЕ БЕСКОНЕЧНО МАЛЫХ В
ФИЗИКЕ»

олимпиадные задания

Москва — Курск — Орел — Рязань, 2010 г.

ВАРИАНТ 1

Ф1.1 (Москва, 1.18) Автобус и велосипедист едут по одной прямой дороге в одном направлении с постоянными скоростями 63 км/ч и 33 км/ч. Грузовик едет по другой прямой дороге с постоянной скоростью 52 км/ч. Расстояние от грузовика до автобуса все время равно расстоянию от грузовика до велосипедиста. Найдите скорость грузовика относительно автобуса.

Ф1.2 (МФТИ-1, 1.46) Составной стержень представляет собой два соосных цилиндра, прижатых друг к другу торцами. Оказалось, что центр масс такого стержня находится в стыковочном сечении. Цилиндры имеют одинаковые площади сечения, но изготовлены из различных материалов с плотностями ρ и 2ρ . Определите отношение масс цилиндров.

Ф1.3 (химфак, 2003) При повторении опыта Торричелли внутри трубки над ртутью остался воздух. Когда трубку установили вертикально и ее верхний конец находился на высоте $H = 0,6$ м от поверхности ртути в сосуде, высота столбика ртути над этой поверхностью оказалась равной $h = 0,3$ м. На сколько надо дополнительно погрузить трубку, чтобы уровень ртути в ней стал таким же, как в сосуде? Атмосферное давление $p_a = 760$ мм рт.ст. Температура постоянна.

Ф1.4 (ВМК, 2003) Тонкая собирающая линза дает на экране четкое изображение предмета, увеличенное в $n = 3$ раза. Когда линзу переместили в сторону экрана на расстояние $l = 32$ см, на экране снова возникло четкое изображение предмета. Найдите фокусное расстояние линзы f .

ВАРИАНТ 2

Ф2.1 (МГУ-1, 38) Скорость течения реки возрастает пропорционально расстоянию от берега, достигая своего максимального значения v_0 на середине реки. У берегов скорость течения реки равна нулю. Лодка движется по реке таким образом, что ее скорость u относительно воды постоянна и перпендикулярна течению. Найдите расстояние, на которое будет снесена лодка при переправе, если ширина реки равна d . Определите также траекторию лодки.

Ф2.2 (Гольдфарб, 15.21) Внутри гладкой сферы из диэлектрика находится маленький заряженный шарик. Какой заряд Q нужно поместить в нижней точке сферы, чтобы шарик удерживался в верхней точке? Диаметр сферы d , заряд шарика q , его масса m .

Ф2.3 (МФТИ-1, 2.207) В цилиндре под невесомым поршнем находится вода массой $M_1 = 1$ кг при температуре 0°C . В воду опускают кусок железа массой $M_2 = 1$ кг, нагретый до температуры $t = 1100^\circ\text{C}$. На какую высоту поднимется поршень? Атмосферное давление $p = 10^5$ Па, удельная теплоемкость железа $c = 500$ Дж/(кг · °C). Площадь поршня $S = 0,1$ м². Теплоемкостью цилиндра и теплоотдачей пренебречь.

Ф2.4 () Обоснуйте на основе принципа наименьшего времени Ферма закон преломления света.

ВАРИАНТ 3

Ф3.1 (МГУ-1, 70) Четыре черепахи находятся в углах квадрата со стороной a . Они начинают двигаться одновременно с постоянной по модулю скоростью v , причем первая черепаха все время держит курс на вторую, вторая — на третью, третья — на четвертую, четвертая — на первую. Встретятся ли черепахи? Через какое время?

Ф3.2 (Гольдфарб, 4.28) Бассейн площадью $S = 100$ м², заполненный водой до уровня $h = 1$ м, разделен пополам вертикальной перегородкой. Перегородку медленно передвигают в горизонтальном направлении так, что она делит бассейн в отношении 1:3. На сколько изменится потенциальная энергия воды?

Ф3.3 (Москва-2009, 10-I.4) В цилиндрический стакан объемом $V = 200$ мл и сечением $S = 20$ см², стоящий на столе при комнатной температуре $t_1 = 20^\circ\text{C}$, положили кусок льда массой $m = 100$ г, находящийся при температуре $t_0 = 0^\circ\text{C}$, и накрыли стакан плотно прилегающей крышкой. Найдите силу, которая потребуется, чтобы оторвать крышку от стакана сразу после того, как лед растает. Теплота поступает в стакан только снизу, атмосферное давление $p_0 = 10^5$ Па, плотности льда и воды $\rho_{\text{л}} = 900$ кг/м³, $\rho_{\text{в}} = 1000$ кг/м³.

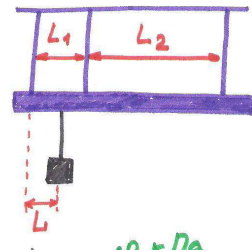
Ф3.4 (Москва, 4.27) На расстоянии $a = 20$ см от тонкой собирающей линзы вдоль ее главной оптической оси расположена тонкая короткая палочка. Длина ее действительного изображения, даваемого линзой, в 9 раз больше длины палочки. Во сколько раз изменится длина изображения, если сдвинуть палочку вдоль оси на $\Delta a = 5$ см дальше от линзы?

ВАРИАНТ 4

Ф4.1 (физфак, 2003) Четыре одинаковых жестких стержня длиной L , концы которых шарнирно соединены, образуют ромб, диагональ которого

BD больше диагонали AC . Ромб лежит на столе. В некоторый момент вершины A и C начинают двигать по столу в противоположные стороны вдоль прямой AC с одинаковыми по величине скоростями v . Найдите ускорение вершины B относительно стола в тот момент, когда ромб превращается в квадрат.

Ф4.2 (физфак, 1999) Неоднородная балка подвешена к потолку на трех одинаковых в недеформированном состоянии легких резиновых шнурах так, что шнуры вертикальны и лежат в одной плоскости. Расстояния между шнурами равны L_1 и L_2 , а между первым шнуром и центром тяжести балки по горизонтали — L . Точки крепления шнуров к балке лежат на одной прямой. Найдите отношение сил натяжения первого и второго шнура, считая их деформации малыми.



Ф4.3 (химфак, 2001) Замкнутый цилиндрический сосуд сечением $S = 20 \text{ см}^2$ разделен гладким поршнем массой $M = 5 \text{ кг}$ на две части. Под поршнем при начальной температуре $t_0 = 0^\circ\text{C}$ находится вода, над поршнем — вакуум. Поршень связан с верхним основанием цилиндра пружиной с жесткостью $k = 1,5 \text{ кН/м}$. Вначале пружина не деформирована. Определить массу пара m под поршнем после нагревания воды до $t = 100^\circ\text{C}$. Молярная масса воды $\mu = 18 \text{ г/моль}$. Считать, что универсальная газовая постоянная $R = 8,31 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$, атмосферное давление $p_0 = 10^5 \text{ Па}$.

Ф4.4 (ВМК, 1999) Точечный источник света расположен на главной оптической оси тонкой собирающей линзы. По другую сторону линзы находится экран, перпендикулярный ее главной оптической оси. Найдите радиус r светового пятна на экране, если известно, что расстояние от источника до линзы $a = 30 \text{ см}$, расстояние от линзы до экрана $b = 80 \text{ см}$, фокусное расстояние линзы $f = 20 \text{ см}$, а ее радиус $R = 3 \text{ см}$.

ВАРИАНТ 5

Ф5.1 (НГУ, 1.1.6) Спортсмены бегут колонной длины l со скоростью v . Навстречу бежит тренер со скоростью $u < v$. Каждый спортсмен, поравнявшись с тренером, разворачивается и начинает бежать назад с той же по модулю скоростью. Какова будет длина колонны, когда все спортсмены развернутся?

Ф5.2 (МФТИ-1, 1.25) Во время ремонта дно лодки-плоскодонки оклеили слоем пластика толщиной $d = 3$ см. После этого высота надводной части лодки уменьшилась на $h = 1,8$ см. Определите плотность ρ пластика.

Ф5.3 (Россия, 10.98) Вещества X , Y и Z могут участвовать в следующей химической реакции: $3X + 2Y \rightarrow Z$. Температуры плавления и кипения вещества Z равны $t_1 = 10^\circ\text{C}$ и $t_2 = 190^\circ\text{C}$ соответственно, а вещества X и Y в интервале температур от t_1 до t_2 остаются жидкими. В первом опыте вещества X и Y , взятые при температуре t_1 , поместили в герметичный теплоизолированный сосуд. Через некоторое время в сосуде осталось только вещество Z : половина — в твердом состоянии, половина — в жидком. Во втором опыте вещества X и Y снова поместили в герметичный теплоизолированный сосуд при температуре t_2 ; через некоторое время в сосуде осталось только вещество Z : половина — в жидком состоянии, половина — в газообразном. Молярные теплоты плавления и парообразования вещества Z равны $\lambda = 5$ кДж/моль и $r = 40$ кДж/моль, молярные теплоемкости веществ X и Y в жидком состоянии $C_X = 55$ кДж/(моль \cdot $^\circ\text{C}$), $C_Y = 80$ кДж/(моль \cdot $^\circ\text{C}$). Найдите молярную теплоемкость C_Z вещества Z в жидком состоянии.

Ф5.4 (ВМК, 2002) Торец круглого прозрачного стержня с показателем преломления n освещается рассеянным светом. Под каким максимальным углом γ к оси стержня будут выходить световые лучи через его боковую поверхность?

ВАРИАНТ 6

Ф6.1 (НГУ, 1.2.8) Частица, покинув источник, пролетает с постоянной скоростью расстояние L , а затем тормозится с ускорением a . При какой скорости частицы время движения от ее вылета до остановки будет наименьшим?

Ф6.2 (МФТИ-1, 1.177) В стакане с водой плавает брусок высотой L и сечением S_1 . С помощью тонкой спицы брусок медленно опускают на дно стакана. Какая работа при этом совершена? Сечение стакана $S_2 = 2S_1$, начальная высота воды в стакане равна L . Плотность материала бруска $\rho = 0,5\rho_0$, плотность воды ρ_0 .

Ф6.3 (ВМК, 2000) Закрытый с обеих сторон горизонтальный цилиндр заполнен идеальным газом при температуре $t = 27^\circ\text{C}$ и разделен подвижным теплопроницаемым поршнем на две равные части длиной $L = 50$ см каждая. На какую величину Δt нужно повысить температуру

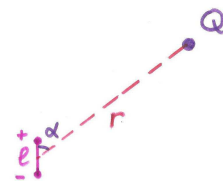
газа в одной половине цилиндра, чтобы поршень сместился на расстояние $l = 20$ см при неизменной температуре газа во второй половине цилиндра?

Ф6.4 (физфак, 2002, переработка) Точечный источник расположен на главной оптической оси тонкой собирающей линзы с фокусным расстоянием F на расстоянии $1,5F$ перед ней. За этой линзой в ее фокальной плоскости расположена рассеивающая линза с такой же по модулю оптической силой. Вначале главные оптические оси линз совпадали. На сколько сместится изображение, если вторую линзу переместить в поперечном направлении на расстояние h ?

ВАРИАНТ 7

Ф7.1 (МГУ-1, 61) Легковая машина едет по горизонтальному шоссе вслед за грузовиком. Между двойными шинами задних колес грузовика застрял камень. На каком минимальном расстоянии от грузовика может ехать легковая машина, чтобы камень, вырвавшийся из колес грузовика, не попал в нее? Машины движутся со скоростью 50 км/ч.

Ф7.2 () На расстоянии r от электрического диполя (два заряда $+q$ и $-q$ на расстоянии l друг от друга, $l \ll r$) находится точечный заряд $+Q$. Угол между диполем и направлением на заряд $+Q$ составляет α . Найдите энергию взаимодействия заряда и диполя, выразите ответ через дипольный момент $p = ql$ диполя.



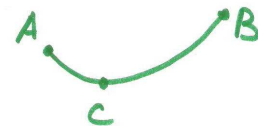
Ф7.3 (химфак, 2002) Паровой котел частично заполнен водой, над которой находится смесь воздуха и насыщенного пара при температуре $t_1 = 100^\circ\text{C}$. Начальное давление в котле $p = 3p_0 = 3 \cdot 10^5$ Па. Найдите давление в котле при понижении температуры до $t_2 = 10^\circ\text{C}$. Давлением пара при этой температуре пренебречь.

Ф7.4 (ФНМ, 2000) На расстоянии $a = 15$ см за линзой поставлено плоское зеркало, плоскость которого перпендикулярна оптической оси линзы. Перед линзой находится предмет, а его действительное перевернутое изображение, даваемое рассматриваемой оптической системой, находится в плоскости линзы, причем величина изображения равна величине самого предмета. Определить фокусное расстояние линзы.

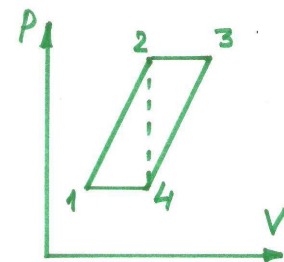
ВАРИАНТ 8

Ф8.1 (физфак, 2002) За бегущей прямолинейно со скоростью $v = 45$ км/ч лисой гонится собака. Скорость собаки все время направлена на лису и равна $v_c = 55$ км/ч. В некоторый момент времени t скорость собаки оказалась перпендикулярной скорости лисы, а расстояние между ними стало равно $L = 150$ м. Найдите ускорение собаки в этот момент времени.

Ф8.2 (ВМК, 2004) Однородная тяжелая цепочка, состоящая из мелких звеньев, подвешена за концы, как показано на рисунке. Точка С — самая низкая точка цепочки. Определить массу цепочки m , если известно, что модули сил натяжения цепочки в точках А, В, С равны соответственно T_A, T_B, T_C .



Ф8.3 (физфак, 2000) В качестве рабочего вещества теплового двигателя используется один моль идеального газа, состояние которого изменяется так, как показано на pV -диаграмме. Прямые 12 и 43 параллельны друг другу. Температуры газа по шкале Кельвина в точках 1, 2 и 3 равны T_1, T_2 и T_3 . Найдите работу газа за цикл.



Ф8.4 (Москва-2008) Тонкая собирающая линза с фокусным расстоянием $F = 30$ см создает изображение движущегося точечного источника света. Когда источник света пересекал главную оптическую ось линзы, двигаясь под углом $\alpha = 60^\circ$ к ней, угол между скоростью его изображения и этой осью составлял $\beta = 30^\circ$. На каком расстоянии от линзы в этот момент находился источник света?