



**Внимание!** Построения в задачах 1 и 2 выполняются на выданном вам дополнительном листе, **который необходимо сдать (!)** вместе с работой.

### 1. Кинематическое построение (7 баллов)

Плоский диск вращается вокруг своей оси симметрии, закреплённой вертикально. Точки  $A$  и  $B$  принадлежат этому диску. На рис. 1 изображены вектор ускорения точки  $A$  и вектор скорости точки  $B$ . Известно, что вектор ускорения точки  $B$  лежит на прямой, показанной на рис. 1 пунктиром.

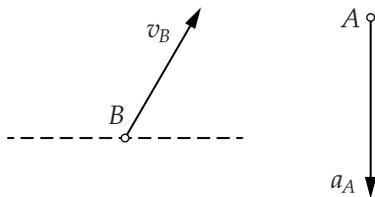


Рис. 1

- С помощью циркуля и линейки постройте вектор скорости точки  $A$  и вектор ускорения точки  $B$ , кратко обосновав выполненное построение (описывать стандартные построения не требуется). При построении соблюдайте пропорциональность: длины отрезков, изображающих векторы (например, скорости), должны соотноситься на рисунке так же, как модули соответствующих физических величин.

### 2. Оптическое построение (10 баллов)

На рис. 2 изображены три точки  $O$ ,  $S_1$  и  $S_2$ , лежащие на одной прямой. Точка  $O$  является оптическим центром идеальной собирающей линзы, а точки  $S_1$  и  $S_2$  — источником и его изображением в этой линзе. Идеальной называется тонкая линза, в которой любые лучи, в том числе идущие под большими углами к оптической оси, преломляются как параксиальные (приосевые).



Рис. 2

- С помощью циркуля и линейки определите положение ближайшего к  $S_1$  фокуса линзы в случае, когда прямая  $OS_1S_2$  является её главной оптической осью.
- Постройте геометрическое место точек (ГМТ), в которых может располагаться один из фокусов этой линзы, если положение её главной оптической оси в плоскости рисунка произвольно.

Кратко обоснуйте выполненные построения (стандартные построения обоснования не требуют).

### 3. С общим эмиттером (12 баллов)

Биполярный *n-p-n*-транзистор — полупроводниковый прибор с тремя выводами: *эмиттером*, *коллектором* и *базой*. Эти выводы обозначены соответствующими буквами на схеме, приведённой на рис. 3, где показана схема упрощённого усилительного каскада на транзисторе. Эта схема

предназначена для увеличения *амплитуды* сигнала, то есть переменной составляющей входного напряжения. Если на вход подаётся напряжение вида

$$U_{\text{вх}}(t) = U_0 + U_1 \sin(\omega t),$$

где  $U_0$  (напряжение смещения базы) и  $\omega$  (круговая частота) — постоянные величины, а  $U_1$  — амплитуда сигнала, то напряжение на высокоомной нагрузке  $R_H$ , подключённой к выходу (между эмиттером и коллектором), также содержит постоянную и переменную составляющие. При этом выходной сигнал имеет практически синусоидальную форму (искажения обычно не превышают нескольких процентов), а его амплитуда  $U_2$  в несколько раз превышает амплитуду входного сигнала  $U_1$ .

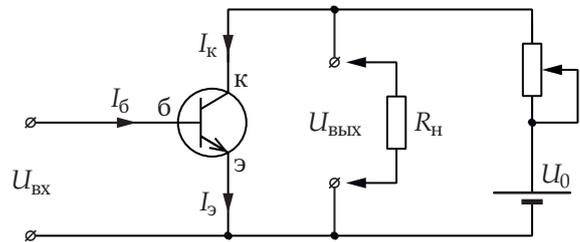


Рис. 3

Основной характеристикой усилительного каскада является коэффициент усиления по напряжению — модуль отношения амплитуд выходного и входного сигналов:

$$K_U = \left| \frac{U_2}{U_1} \right|.$$

Пусть напряжение смещения базы и амплитуда входного сигнала равны соответственно  $U_0 = 0,7$  В и  $U_1 = 0,2$  мВ.

Входная характеристика транзистора, то есть зависимость тока базы  $I_б$  от напряжения между базой и эмиттером  $U_{бэ}$ , задаётся соотношением

$$I_б = I_{б0} \cdot 10^{\left(\frac{U_{бэ}}{U_T} - 12\right)}.$$

Здесь  $U_T = 0,06$  В,  $I_{б0} = 5$  мкА. Для наглядности на рис. 4 приведён график этой зависимости для напряжений, близких к напряжению смещения базы.

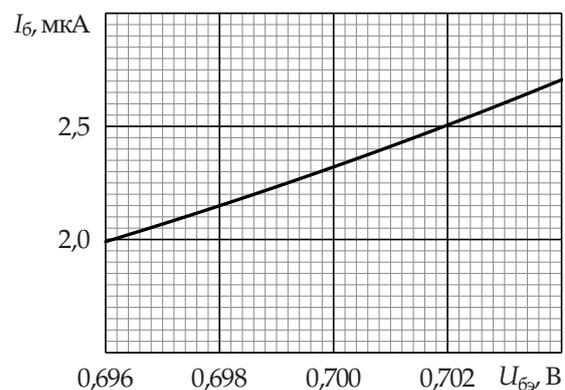


Рис. 4

Продолжение задания см. на листе 2

Зависимость тока коллектора  $I_K$  от напряжения между коллектором и эмиттером  $U_{кэ}$  в рассматриваемой области токов и напряжений параметрически зависит от тока базы  $I_б$  и описывается формулой

$$I_K = 200 \cdot I_б \left( 1 + \frac{U_{кэ}}{U_A} \right),$$

где  $U_A = 100$  В. Сопротивление реостата  $R$  в схеме на рис. 3 может изменяться от 1 кОм до 10 кОм, напряжение идеального источника  $U_0 = 9$  В. Ток через нагрузку  $R_H$  пренебрежимо мал по сравнению с током коллектора.

- Определите для крайних значений сопротивления реостата ток коллектора  $I_{к0}$  в отсутствие входного переменного сигнала ( $U_1 = 0$ ).
- Коэффициент усиления по току  $K_I = I_K/I_б$  при заданных параметрах слабо зависит от тока базы. Определите  $K_I$  с точностью не хуже 1,0% при  $R = 5$  кОм.
- Какие значения может принимать коэффициент усиления по напряжению  $K_U$ ? Укажите границы возможного диапазона с точностью не хуже 2,0%. В рамках данной модели такая точность достижима даже с учётом малых искажений выходного сигнала.

*Примечание.* Возможно (но не обязательно), при решении вам понадобится формула для производной функции  $f(x) = 10^x$  в точке  $x = x_0$ :

$$(10^x)' \Big|_{x=x_0} = \ln 10 \cdot 10^{x_0} \approx 2,302585 \cdot 10^{x_0}.$$

#### 4. О бусинке и грузе (12 баллов)

На гладкое проволочное кольцо радиуса  $R$ , закреплённое в вертикальной плоскости, насажена маленькая массивная бусинка массой  $m$ . К бусинке прикреплен один конец тонкой нерастяжимой невесомой нити (см. рис. 5). Другой её конец пропущен через маленький идеальный блок и прикреплен к грузу массой  $km$ , где  $k$  — постоянный коэффициент. Блок закреплён в точке, лежащей на горизонтальном диаметре кольца. Положение бусинки на кольце характеризуется углом  $\varphi$  между направлениями на блок и на бусинку из центра кольца.

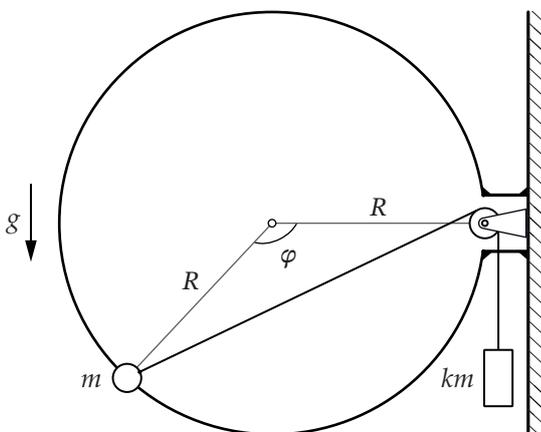


Рис. 5

- Пусть  $k = 1/\sqrt{3}$ . Определите угол (или углы), соответствующий положению равновесия бусинки. В начальный момент времени бусинке, находящейся в положении *устойчивого* равновесия, сообщают ударом скорость  $v$ , направленную вдоль кольца в сторону от блока.

При каком минимальном значении скорости  $v = v_{\min}$  бусинка сможет достичь блока, двигаясь всё время в одну сторону (по часовой стрелке)?

- При каких значениях параметра  $k$  на кольце отсутствуют точки, в которых бусинка могла бы находиться в состоянии *устойчивого* равновесия?
- Пусть теперь между бусинкой и проволокой есть трение, а коэффициент трения зависит от угла как  $\mu = \text{tg}(\varphi/2)$ . Существует ли для случая равных масс ( $k = 1$ ) положение *устойчивого* равновесия, при котором  $\varphi \in (0; \pi/2)$ ? Найдите это положение (или положения) или докажите, что их не существует.

Размерами крепления кольца, блока, бусинки и груза можно пренебречь. Нить достаточно длинна, так что груз не сталкивается с блоком при движении бусинки. На рис. 5 пропорции изменены для наглядности. Ускорение свободного падения равно  $g$ .

#### 5. В потоке (9 баллов)

В задаче рассматривается эффект конденсации водяного пара в областях пониженного давления, возникающих при обтекании препятствий потоком влажного воздуха. Вследствие этого эффекта вблизи задней кромки крыльев и вдоль фюзеляжа самолёта может возникать так называемый «паровой конус».

Далее рассматривается стационарное адиабатическое течение невязкого идеального газа. Это подразумевает, что параметры потока в каждой точке неизменны во времени, теплообмен отсутствует, а внутренним трением можно пренебречь.

Числом Маха  $M = \frac{v}{c}$  называется отношение скорости потока  $v$  в некоторой точке к скорости звука  $c$  в той же точке. Скорость звука определяется формулой

$$c = \sqrt{\frac{\gamma RT}{\mu}}.$$

Воздух считайте идеальным газом с показателем адиабаты  $\gamma = \frac{c_p}{c_v} = \frac{7}{5}$  и молярной массой  $\mu = 29$  г/моль. Адиабатический процесс описывается уравнением  $P\rho^{-\gamma} = \text{const}$ , где  $P$  — давление, а  $\rho$  — плотность.

Также считайте известным соотношение, выражающее закон сохранения энергии для стационарного потока (уравнение Бернулли для сжимаемого газа):

$$\frac{v^2}{2} + \frac{c_p T}{\mu} = \text{const}.$$

- Самолёт летит в воздухе с температурой  $T_0 = 295$  К и давлением  $P_0 = 101,325$  кПа. В системе отсчёта самолёта скорость набегающего потока вдали от него соответствует числу Маха  $M_0 = 0,35$ . При обтекании крыльев и некоторых частей фюзеляжа скорость воздуха увеличивается, достигая максимального значения, соответствующего  $M_{\max} = 0,5$ .

При каком максимальном значении относительной влажности  $\varphi_{\max}$  окружающего воздуха образование парового конуса невозможно? Зависимость давления насыщенного пара воды от температуры представлена на рис. 6 (см. лист 3).

**Графическое приложение см. на листе 3**

## Графическое приложение

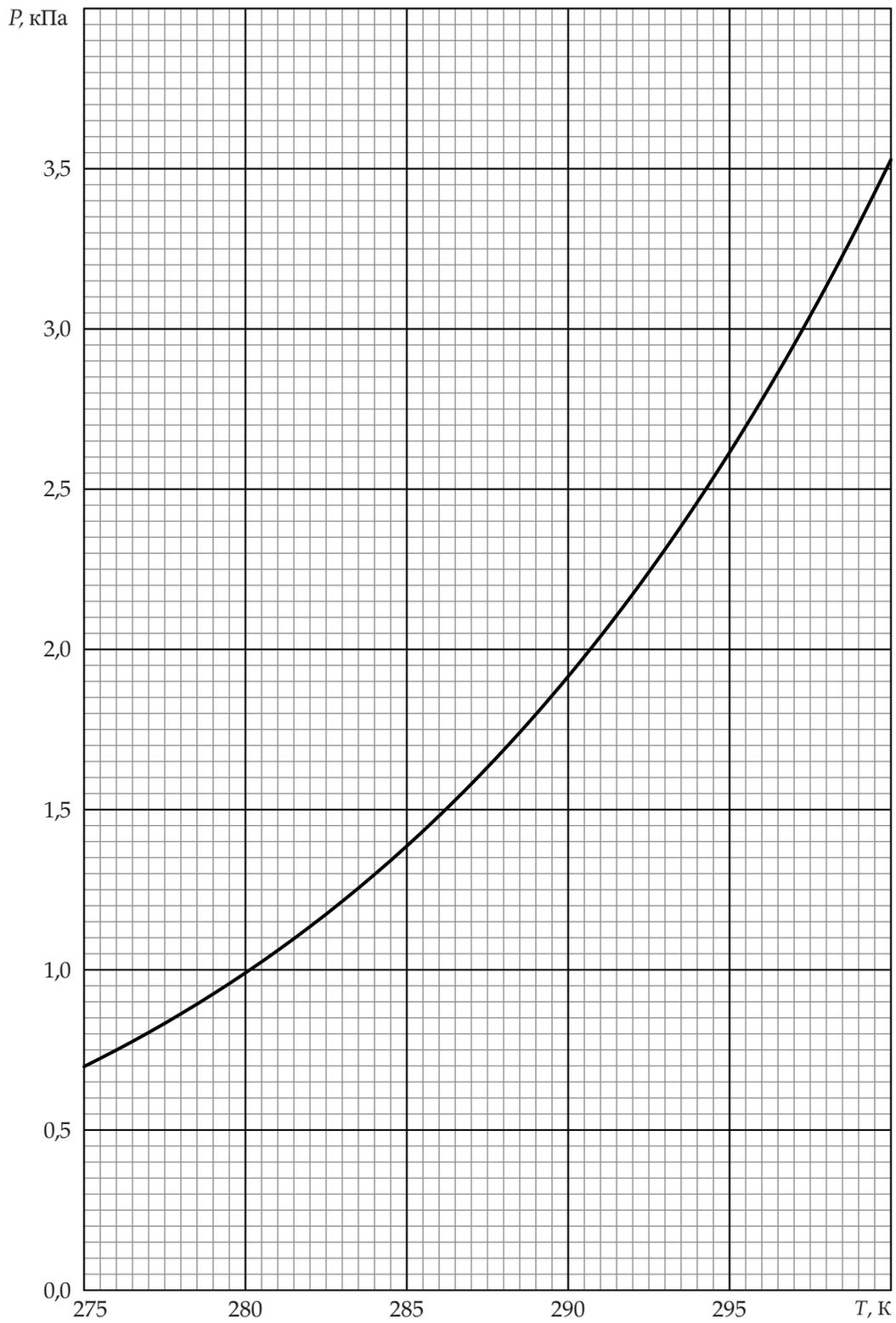
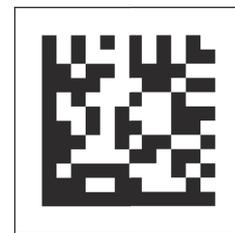


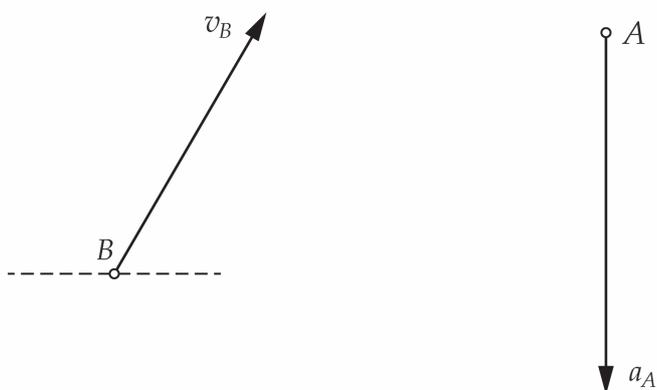
Рис. 6: Зависимость давления насыщенного пара воды от температуры, к задаче 5



\_\_\_\_\_ ЛИСТ \_\_\_\_\_ ИЗ \_\_\_\_\_  
класс номер участника

Дополнительный лист, 10 класс

К задаче 1



К задаче 2



Не забудьте вписать ваш номер участника в соответствующее поле в  
верхней части листа!