



### Изображение в зеркале (6 баллов)

На стене комнаты висит картина  $P$ , а на полу лежит зеркало  $M$  (см. рис. 1). На каком расстоянии  $x$  от картины должен стоять человек, чтобы он мог видеть изображение картины в зеркале целиком? Какую часть изображения человек сможет увидеть, встав на расстоянии  $a$  от дальней стены? Длина стороны клетки  $a = 0,55$  м.

### Батарейка и конденсатор (8 баллов)

Батарейка «Крона» с напряжением 9 вольт представляет собой прямоугольный параллелепипед размером  $48,5 \text{ мм} \times 26,5 \text{ мм} \times 17,5 \text{ мм}$ . В «Википедии» написано: «Батарея типа «Крона» имеет ёмкость (по паспорту)  $0,5 \text{ А} \cdot \text{ч}$ ». Мы хотим изготовить конденсатор как можно большей ёмкости таких же размеров, что и батарейка, используя необходимое количество материала, состоящего из двух слоёв алюминиевой фольги толщиной  $h = 5 \text{ мкм}$  (рис. 2) и двух слоёв бумаги толщиной  $D = 10 \text{ мкм}$ . Бумага, разделяющая слои фольги, пропитана проводящей жидкостью — электролитом. На поверхность одного из слоёв фольги нанесена плёнка оксида алюминия  $\text{Al}_2\text{O}_3$  с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon = 10$  толщиной  $d = 0,5 \text{ мкм}$ . Определите максимально возможную ёмкость получившегося конденсатора. Можно ли его зарядить от батарейки до напряжения 9 вольт? Если да, то оцените сколько раз (разряжая после каждого раза). Если нет, то до какого напряжения зарядится конденсатор? Электрическая постоянная равна  $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$ .

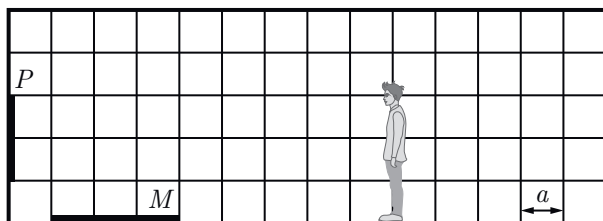


Рис. 1

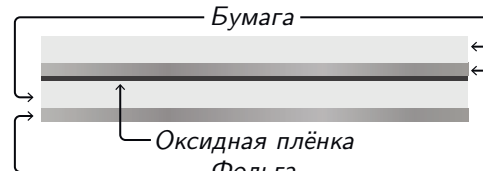


Рис. 2

### На струне (10 баллов)

Концы натянутой металлической струны располагаются на одинаковой высоте на расстоянии  $2L$  друг от друга. К середине струны подвешивают два груза одинаковой массы (рис. 3), при этом сила натяжения струны изменяется на пренебрежимо малую величину. В некоторый момент времени нижний груз отрывается от верхнего, после чего возникают малые колебания. Положение равновесия образовавшейся системы оказывается выше исходного положения равновесия на величину  $x_0$ , при этом  $x_0 \ll L$ . Найдите период колебаний груза около нового положения равновесия.

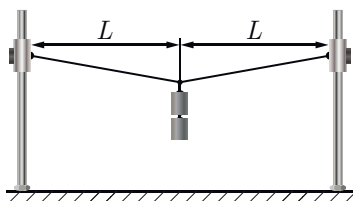


Рис. 3

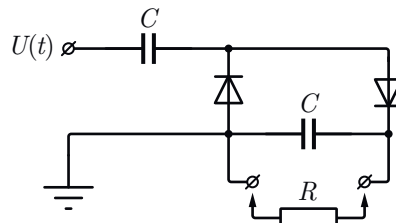


Рис. 4

### Преобразователь (12 баллов)

На рис. 4 приведена принципиальная схема преобразователя напряжения. На один из входов подаётся переменный потенциал (фаза)  $U(t) = -U_0 \sin(\omega t)$  от бытовой сети (230 В, 50 Гц), другой вход имеет нулевой потенциал (заземлён). К выводам присоединяется нагрузка  $R$ . Диоды — идеальные. Ёмкость конденсаторов  $C = 10 \text{ мкФ}$ , сопротивление нагрузки  $R = 100 \text{ кОм}$ . При данных условиях через некоторое время после подключения к сети переменного тока схема обеспечивает почти (!) постоянное напряжение на нагрузке  $U_H$ .

1) Считая что нагрузка не подключена, найдите напряжение на выходе в момент времени:  $t = T$ ;  $t = 3T$ ;  $t \gg T$ .  $T$  — период колебаний потенциала на входе.

2) При подключенной нагрузке оцените по порядку величины на сколько процентов может отклоняться напряжение на нагрузке от среднего значения  $U_H$ .

**Прямоточный воздушно-реактивный двигатель (12 баллов)**

На рис. 5 изображена схема прямоточного воздушно-реактивного двигателя (ПВРД), который используется на некоторых типах ракет в качестве *маршевого* (включающегося после разгона ракеты) двигателя. Воображаемые плоскости 1, 2, 3, 4 делят двигатель на три области: диффузор, камера сгорания и сопло. Скорость потока воздуха относительно двигателя на выходе из сопла возрастает по сравнению со скоростью на входе в диффузор за счёт подвода тепла в камере сгорания.

Обозначим  $v$  (с разными индексами) — скорость воздуха относительно двигателя,  $u$  — скорость ракеты относительно Земли. Термодинамические параметры воздуха вдали от двигателя, где воздух практически покоится:  $p_0 = 35$  кПа,  $T_0 = 230$  К. Воздух считается двухатомным газом, для которого:  $\mu = 29$  г/моль,  $c_V = 2,5R$ , где  $R = 8,3$  Дж/(моль · К),  $c_0 = \sqrt{\frac{\gamma RT_0}{\mu}}$  — скорость звука в воздухе с температурой  $T_0$ ,  $\gamma = \frac{c_V + R}{c_V} = \frac{7}{5}$  — показатель адиабаты. Число Маха  $M$ , являющееся параметром задачи, задаёт скорость ракеты  $u = Mc_0$ .

В задаче рассматривается упрощённая модель, в которой предполагается, что процессы сжатия воздуха в диффузоре и расширения в сопле — адиабатические, а процесс нагревания в камере сгорания (после впрыскивания и воспламенения топлива) — изобарный. Скорость воздуха относительно двигателя в камере сгорания пренебрежимо мала по сравнению с  $v_1$  и  $v_4$ . Предполагается, что в каждой точке любого поперечного сечения потока внутри двигателя термодинамические параметры воздуха ( $p$ ,  $\rho$ ,  $T$ ) и его скорость одинаковые. Считается, что масса продуктов сгорания, образующихся в камере сгорания в единицу времени, пренебрежимо мала по сравнению с массой воздуха, проходящей через камеру сгорания в единицу времени. Для любых двух сечений  $A$  и  $B$  справедливо уравнение термодинамики потока

$$\frac{v_B^2 - v_A^2}{2} + (c_V + R) \frac{T_B - T_A}{\mu} = q,$$

где  $v_B$  и  $v_A$  — скорости воздуха в сечениях  $B$  и  $A$ ,  $T_B$  и  $T_A$  — соответствующие температуры,  $q$  — количество теплоты, передаваемое единице массы потока между сечениями  $A$  и  $B$ . Предполагается, что в сечении 1:  $v_1 = u$ ,  $p_1 = p_0$ ,  $T_1 = T_0$ . Цикл Брайтона, состоящий из двух адиабат и двух изобар (рис. 6), условно моделирует происходящие с порцией воздуха в двигателе процессы. Для адиабатического квазистатического процесса справедливо соотношение  $pV^\gamma = \text{const}$ .

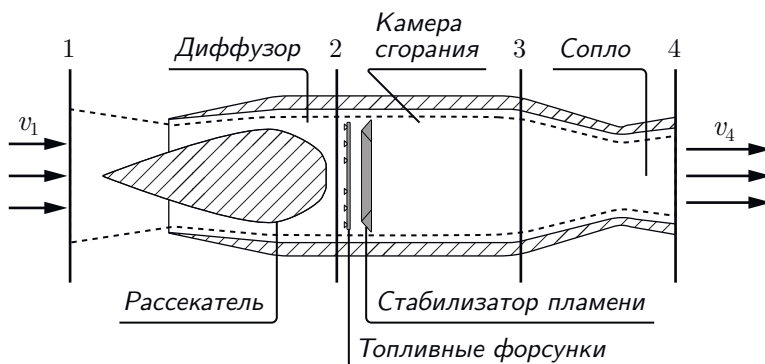


Рис. 5

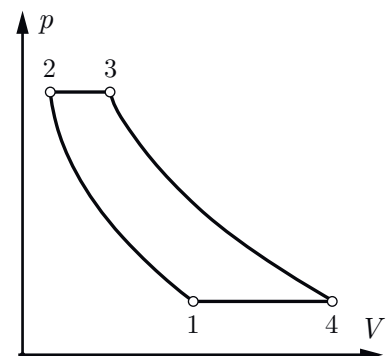


Рис. 6

1) Определите температуру  $T_2(M)$  в сечении 2 как функцию числа Маха  $M$ . (1 балл)

Пусть  $q_0 = Ac_0^2$  — количество теплоты, передаваемое единице массы воздуха в камере сгорания,  $A = 2,5$ .

2) Найдите  $T_3(M)$ . (2 балла)

3) Определите  $T_4(M)$ . (3 балла)

4) Определите  $v_4(M)$ . (1 балл)

5) Пусть  $S$  — площадь потока в сечении 1, получите формулу для мощности двигателя для числа Маха  $M = 1$ . (3 балла)

6) Определите КПД двигателя для числа Маха  $M = 1$  (должно получиться число). (2 балла)