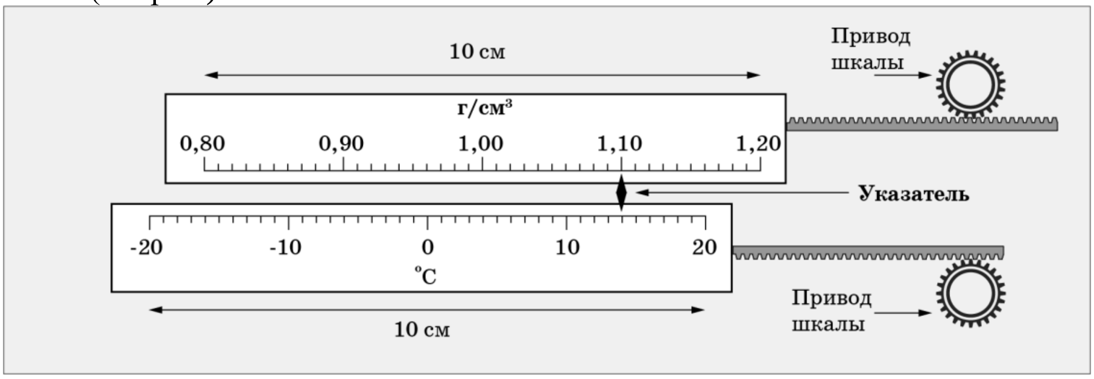
## 7 класс

**Задача 1. Термоареометр.** Однажды экспериментатору Глюку понадобилось одновременно измерять температуру и плотность исследуемой жидкости. Он разработал универсальный прибор, в котором указатель неподвижен, а шкалы перемещаются независимо (см. рис.).




Глюк снял показания, которые занёс в таблицу.

| Температура, $T$, $^0$C | 20 | 18 | 16 | 12 | 8 | 7 | 6 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Плотность, $\rho$, г/см$^3$ | 1,01 | 1,02 | 1,03 | 1,05 | 1,08 | 1,11 | 1,14 | 1,20 |

Известно, что температура жидкости изменялась на одинаковую величину за равные промежутки времени. Длины шкал $L$ = 10 см, а весь эксперимент длился $\Delta\tau$ = 5 минут.

Постройте график полученной зависимости $\rho(T)$ и определите, с какой максимальной скоростью перемещались шкалы друг относительно друга в ходе эксперимента.

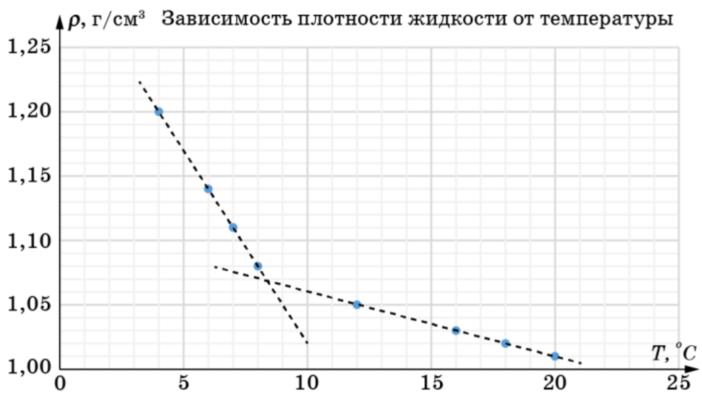
**Возможное решение.** Длина шкалы температур $L$ = 10 см. Её пределы измерения от – 20°C до +20°C. В ходе эксперимента показания шкалы температур изменялись от +20°C до +4°C.

Значит, шкала сместилась на $\Delta x_T = \dfrac{20^\circ\text{C} - 4^\circ\text{C}}{20^\circ\text{C} - (-20^\circ\text{C})} 10$ см = 4,0 см.

По условию она смещалась равномерно в течение $\Delta\tau = 5$ мин, значит скорость её движения относительно указателя $\upsilon_T = \dfrac{\Delta x_T}{\Delta\tau} = \dfrac{4\text{ см}}{5\text{ мин}} = 0{,}8\,\dfrac{\text{см}}{\text{мин}}$.

1) Скорость остывания $\dfrac{\Delta T}{\Delta\tau} = 3{,}2\,\dfrac{^\circ\text{C}}{\text{мин}}$.

2) Построим график $\rho(T)$:




*22 января на портале [http://abitu.net/vseros](http://abitu.net/vseros) будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени):*
*7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.*
*Чтобы при разборе задач вы могли задать вопросы, необходима регистрация на портале.*

Из него видно, что изменение плотности линейно зависит от температуры (и значит от времени, так как температура изменяется равномерно) на двух участках. На первом участке модуль скорости изменения равен $\left|\frac{\Delta\rho}{\Delta\tau}\right| = \left|\frac{\Delta\rho}{\Delta T}\frac{\Delta T}{\Delta\tau}\right| = \frac{1,20-1,08}{8-4}3,2 = 0,096\frac{\text{г/см}^3}{\text{мин}}$, а на втором $\left|\frac{\Delta\rho}{\Delta\tau}\right| = \left|\frac{\Delta\rho}{\Delta T}\frac{\Delta T}{\Delta\tau}\right| = \frac{1,05-1,01}{20-12}3,2 = 0,016\frac{\text{г/см}^3}{\text{мин}}$. Это меньше чем на первом участке.

Длина шкалы плотностей $L$ = 10 см. Её пределы измерения от 0,8 г/см$^3$ до от 1,2 г/см$^3$. Значит, максимальная по модулю скорость смещения шкалы плотностей относительно указателя будет на первом участке:

$$\upsilon_\rho = \frac{\Delta x_\rho}{\Delta\tau} = \frac{|\Delta\rho|\dfrac{10\text{ см}}{(1,2\ -0,8)\ \text{г/см}^3}}{\Delta\tau} = \frac{|\Delta\rho|}{\Delta\tau}25\frac{\text{см}}{\text{мин}} = 2,4\frac{\text{см}}{\text{мин}}.$$

Так как шкалы двигаются в противоположные стороны, то их относительная скорость

$$\upsilon = \upsilon_\rho + \upsilon_T = 3,2\frac{\text{см}}{\text{мин}}.$$

*22 января на портале* http://abitu.net/vseros *будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени):*
*7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.*
*Чтобы при разборе задач вы могли задать вопросы, необходима регистрация на портале.*

**Задача 2. Каникулы в Простоквашино (1).** От станции Простоквашино до дома, в котором живёт кот Матроскин, расстояние $s$ = 1,2 км. Дядя Фёдор с Шариком приехал на станцию Простоквашино и пошёл домой со скоростью $\upsilon_Ф$ = 4 км/ч, а Шарик побежал со скоростью $\upsilon_Ш$ = 12 км/ч. Добежав до дома Шарик повернул обратно, навстречу дяде Фёдору, и так бегал вперед и назад между дядей Фёдором и домом вплоть до момента прибытия мальчика домой. Какой путь больше: суммарный путь $S_1$, который Шарик пробежал, перемещаясь в сторону дома, или $S_2$, который он пробежал, перемещаясь в обратном направлении. На сколько один путь длиннее другого? Определите $S_1$ и $S_2$.

**Возможное решение.**
$S_\downarrow \equiv S_1 = s_1 + s_3 + s_5 + s_7 + ...$ (1), $S_\uparrow \equiv S_2 = s_2 + s_4 + s_6 + ...$ (2) – см. рис. 2. $s_1 = s$ (путь, который преодолел Шарик от станции до дома, $s_2 = s_3$, $s_4 = s_5$, $s_6 = s_7$, … (Шарик пробежал от дома до Дяди Фёдора, а потом пробежал обратно до дома; причем так много-много раз).

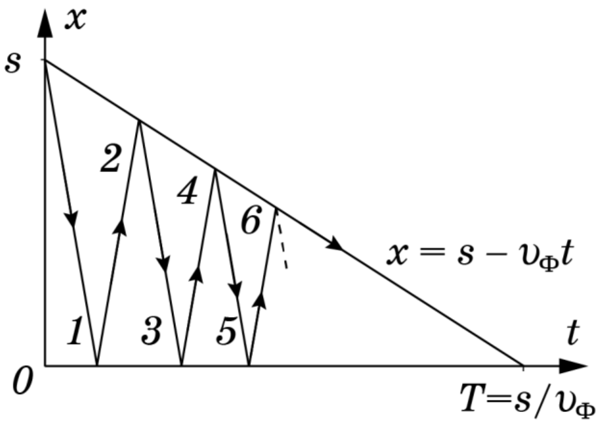



**Рис. 2**

В итоге, в сумме (1) первое слагаемое равно $s$ (расстоянию от станции до дома), а сумма остальных слагаемых в точности равна сумме всех слагаемых в (2), т.е. $S_1 - S_2 = s$, или $\upsilon_Ш T_1 - \upsilon_Ш T_2 = s$, или еще иначе $T_1 - T_2 = \dfrac{s}{\upsilon_Ш}$. (1)

Сумма времен $T_1$ и $T_2$ дает общее время движения дяди Фёдора: $T_1 + T_2 = \dfrac{s}{\upsilon_Ф}$, (2)

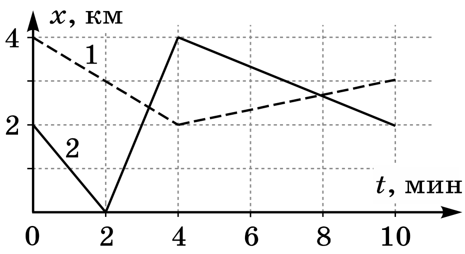
которое, разумеется, совпадает с полным временем движения Шарика.
Решая систему уравнений (1-2), находим:

$$T_1 = \frac{\upsilon_Ш + \upsilon_Ф}{\upsilon_Ш \upsilon_Ф}\frac{s}{2} = 0,2 \text{ часа}, \qquad T_2 = \frac{\upsilon_Ш - \upsilon_Ф}{\upsilon_Ш \upsilon_Ф}\frac{s}{2} = 0,1 \text{ часа}.$$

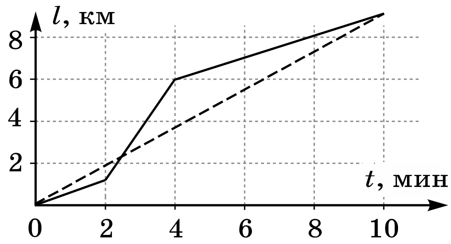
$$S_1 = s\frac{\upsilon_Ш + \upsilon_Ф}{2\upsilon_Ф} = 2,4 \text{ км}, \qquad S_2 = s\frac{\upsilon_Ш - \upsilon_Ф}{2\upsilon_Ф} = 1,2 \text{ км}.$$

*22 января на портале http://abitu.net/vseros будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени):*
*7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.*
*Чтобы при разборе задач вы могли задать вопросы, необходима регистрация на портале.*

**Задача 3. Усреднение.** На рисунке приведены графики зависимости от времени координат двух машин, ехавших по одной прямой дороге. Определите среднюю путевую скорость $\upsilon_{10}$ второй машины за 10 минут движения с точки зрения наблюдателя, находящегося в первой. В какие моменты времени движения, кроме конечного, средняя скорость второй машины относительно первой также была равна $\upsilon_{10}$? Какого максимального значения достигала средняя путевая скорость второй машины в процессе движения.

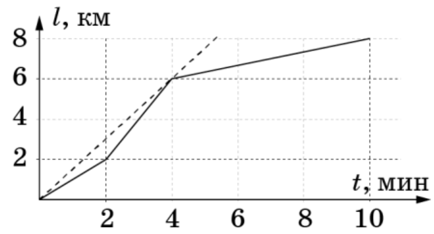



**Возможное решение.** Построим график зависимости пути от времени для второй машины относительно первой. За $t_0 = 10$ минут она проехала относительно первой путь $l_0 = 9$ км, следовательно, ее средняя скорость $\upsilon_0 = 0{,}9$ км/мин.




Пунктирная линия на графике соответствует движению со средней скоростью 0,9 км/мин. Видно, что график зависимости пути от времени пересекается пунктирной линией один раз, через $t_x \approx 2{,}5$ мин после старта.

Построим для второй машины график зависимости пути от времени (движение относительно дороги). Максимальная средняя скорость $\upsilon_{max} = 1{,}5$ км/мин была через 4 мин после старта (на рисунке ей соответствует пунктирная линия).




**Примечание.** Если ученик находил среднюю путевую скорость второй машины относительно первой, то такое решение тоже считать верным.

*22 января на портале http://abitu.net/vseros будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени):*
*7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.*
*Чтобы при разборе задач вы могли задать вопросы, необходима регистрация на портале.*

**Задача 4. Кубический коктейль.** Если в стакан, доверху заполненный жидкостью с плотностью $\rho = 1{,}2$ г/см$^3$, погрузить кубик, то средняя плотность содержимого станет равна $\rho_1 = 1{,}4$ г/см$^3$, если вместо этого кубика поместить другой кубик такого же объема, то средняя плотность содержимого станет равна $\rho_2 = 1{,}6$ г/см$^3$. Какой окажется средняя плотность $\rho_3$ содержимого, если в стакан поместить сразу оба кубика? Внутренний объем стакана в 5 раз больше объема кубика.

**Возможное решение.** Запишем выражения для средних плотностей содержимого:

$$\rho_1 = ((V_0 - V)\rho + V\rho_{01})/V_0 = (4\rho + \rho_{01})/5;$$

$$\rho_2 = ((V_0 - V)\rho + V\rho_{02})/V_0 = (4\rho + \rho_{02})/5;$$

$$\rho_3 = ((V_0 - 2V)\rho + V\rho_{01} + V\rho_{02})/V_0 = (3\rho + \rho_{01} + \rho_{02})/5.$$

Здесь $\rho_{01}$ и $\rho_{02}$ – неизвестные плотности первого и второго кубиков, $V_0$ – объем стакана, $V$ – объем кубика. Решая систему уравнений, получим:

$$\rho_3 = \rho_1 + \rho_2 - \rho = 1{,}8 \text{ г/см}^3.$$

*22 января на портале [http://abitu.net/vseros](http://abitu.net/vseros) будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени):*
*7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.*
*Чтобы при разборе задач вы могли задать вопросы, необходима регистрация на портале.*