

8 класс

Задача 1. Каникулы в Простоквашино (2). От станции Простоквашино до дома, в котором живёт кот Матроскин, расстояние $s = 1,2$ км. Дядя Фёдор с Шариком приехал на станцию Простоквашино и пошёл домой вниз по склону со скоростью $v_\phi = 4$ км/ч, а Шарик побежал со скоростью $v_{ш,1} = 12$ км/ч. Добежав до дома Шарик повернул обратно и побежал вверх по склону навстречу дяде Фёдору со скоростью $v_{ш,2} = 8$ км/ч. Так пёс бегал вперед и назад между дядей Фёдором и домом вплоть до момента прибытия мальчика домой. Какой путь больше: суммарный путь S_1 , который Шарик пробежал, перемещаясь в сторону дома или S_2 который он пробежал, перемещаясь в обратном направлении. На сколько один путь длиннее другого? Определите S_1 и S_2 .

Возможное решение. Пусть S_1 – путь, который Шарик пробежал, перемещаясь в сторону дома, а S_2 – путь, который он пробежал перемещаясь в обратном направлении. Тогда $S_1 - S_2 = s$, или

$$v_{ш,1}T_1 - v_{ш,2}T_2 = s. \quad (1)$$

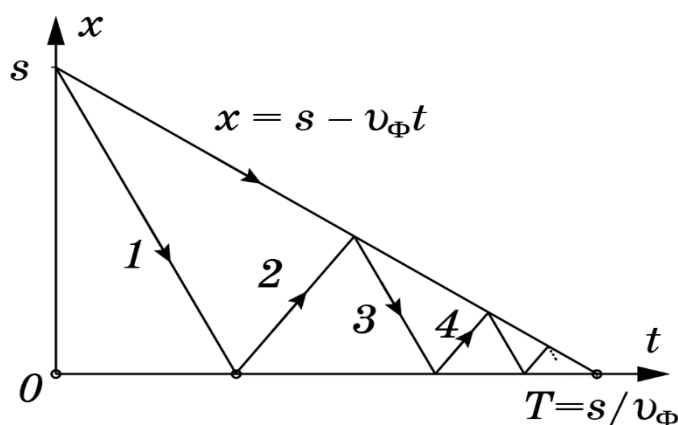


Рис. 2

Сумма времен T_1 и T_2 дает общее время движения дяди Фёдора: $T_1 + T_2 = \frac{s}{v_\phi}$, (2)

которое, разумеется, совпадает с полным временем движения Шарика.

Решая систему уравнений (1-2), находим:

$$T_1 = \frac{v_{ш,2} + v_\phi}{v_{ш,1} + v_{ш,2}} \frac{s}{v_\phi} = 0,18 \text{ часа}$$

$$T_2 = \frac{v_{ш,1} - v_\phi}{v_{ш,1} + v_{ш,2}} \frac{s}{v_\phi} = 0,12 \text{ часа.}$$

$$S_1 = v_{ш,1}T_1 = s \frac{v_{ш,1}}{v_\phi} \frac{v_{ш,2} + v_\phi}{v_{ш,1} + v_{ш,2}} = 2,16 \text{ км,}$$

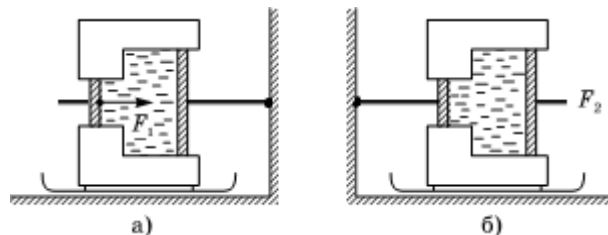
$$S_2 = v_{ш,2}T_2 = s \frac{v_{ш,2}}{v_\phi} \frac{v_{ш,1} - v_\phi}{v_{ш,1} + v_{ш,2}} = 0,96 \text{ км.}$$

$$S_1 - S_2 = s = 1,2 \text{ км.}$$

22 января на портале <http://abitru.net/vseros> будет проведён онлайн-разбор решений задач теоретического тура. Начало разбора (по московскому времени):

7 класс – 11.00; 8 класс – 12.00; 9 класс – 13.00; 10 класс – 14.30; 11 класс – 16.00.

Задача 2. Качаем пресс. На ползьях, которые могут скользить по **гладкому** полу, установлен гидравлический пресс, заполненный несжимаемым маслом. Шток поршня большего диаметра прикреплен к стене (рис. а). При движении поршня между ним и стенкой прессы возникает сила трения F (одинаковая для обоих поршней). Чтобы сдвинуть пресс с места, к меньшему поршню необходимо приложить силу не меньшую, чем $F_1 = 500$ Н.



Определите величину силы трения F , если площади поршней отличаются в 4 раза. Какую минимальную горизонтальную силу F_2 необходимо приложить к поршню большего диаметра, чтобы отодвинуть пресс от стены, если установить его так, чтобы шток меньшего поршня был прикреплен к стене (рис. б)? В какую сторону в этом случае должна быть направлена сила F_2 ?

Возможное решение. Обозначим площадь малого поршня S , а большого $4S$. Для сохранения объема масла, при движении малого поршня к стене, пресс должен двигаться от стены. Это возможно, если

$$p_1(4S - S) = 2F, \quad (1)$$

где p_1 – это давление масла в цилиндре. Условие начала движения малого поршня

$$F_1 - p_1 S = F. \quad (2)$$

Откуда $F = 3F_1/5 = 300$ Н.

Влияние атмосферного давления здесь не принципиально ($p_1 > p_0$). При желании, можно заменить в формулах давление p_1 на разность давлений $p_1 - p_0$.

Во втором случае, чтобы пресс отодвинуть от стены, большой поршень, для сохранения объема жидкости, тоже должен двигаться от стены, но медленнее, чем сам пресс. Таким образом, обе силы трения, действующие на пресс, направлены к стене и уже без учета атмосферного давления трудно объяснить движение прессы вправо. Давление p_2 масла внутри прессы меньше атмосферного! Условие равномерного движения прессы:

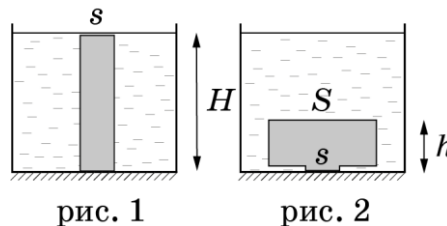
$$(p_0 - p_2)(4S - S) = 2F, \quad (3)$$

а условие равновесия большого поршня:

$$4S(p_0 - p_2) = F_2 + F. \quad (4)$$

Откуда $F_2 = F_1 = 500$ Н.

Задача 3. Пластичность. Цилиндрический столбик из пластилина высотой H и площадью основания s плотно прилепили к гладкому дну сосуда, в который налили жидкость плотностью ρ_0 до верха столбика (рис. 1). Вода под столбик пластилина не подтекает. Не изменяя площади контакта пластилина с дном и не отделяя его от дна, столбик превратили в цилиндр высоты h стоящий на очень короткой ножке (рис. 2). Определите, в какую сторону направлена и чему равна результирующая сила, действующая со стороны жидкости на деформированный пластилин. Атмосферное давление p_0 .



Возможное решение. После деформации объём пластилина не изменился, следовательно, $sH = Sh$, где S – площадь верхней грани нового цилиндра. Горизонтальные составляющие сил давления жидкости, действующие на столбик, компенсируют друг друга. На деформированный пластилин со стороны жидкости в вертикальном направлении вверх действует сила: $F = \rho_0 g (S - s)H + p_0 (S - s) - [\rho_0 g S (H - h) + p_0 S] = -p_0 s$.

(Другой вариант решения)

$F_{\text{Арх}} = \rho_0 g (S - s)h$ – сила Архимеда, действующая на «шайбу» площадью $S - s$. Сила давления жидкости на столбик сечением s равна $F_{\text{жс}} = \rho_0 g s (H - h) + p_0 s$.

Результирующая сила $F_{\text{общ}} = F_{\text{жс}} - F_{\text{Арх}} = \rho_0 g [s(H - h) - (S - s)h] + p_0 s = p_0 s$.

Наличие атмосферного давления увеличит обе силы на одну и ту же величину, и не изменит результат.

Следовательно, после деформации пластилина результирующая сила не изменяется.

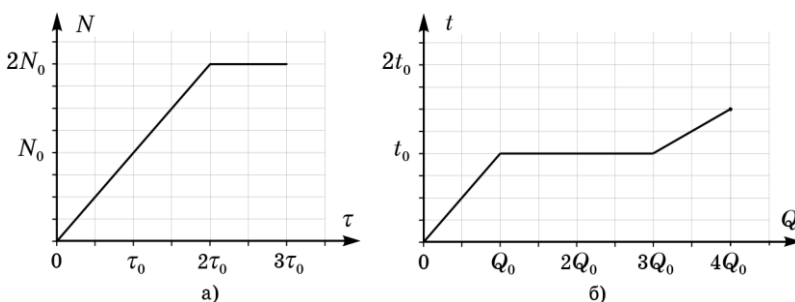
Примечание: Задачу можно решить в общем виде: Искомая сила есть разница между силой Архимеда действующей на полностью окруженное водой тело и силой давления жидкости на площадку s . Поскольку, в обоих случаях пятно контакта со дном и объём пластилина не изменялись, то и результирующая сила не изменялась. Если участник рассуждал подобным образом, то он заслуживает полный балл!

Задача 4. Нелинейное плавление. В калориметре со встроенным нагревателем расплавили некоторое вещество. На рисунке приведены графики зависимости мощности N нагревателя от времени τ его работы и температуры t вещества от переданного ему количества теплоты Q .

Найдите отношение теплоемкостей вещества в твердом и жидком состоянии.

Определите, сколько времени длился процесс плавления $\tau_{\text{п}}$,

считая известным время τ_0 . Постройте график зависимости температуры вещества от времени, указав на нем величины τ и t в характерных точках.



Возможное решение.

Теплоемкость вещества $C = Q/t$. С помощью графика (рис. б) находим:

для твёрдой фазы $C_{\text{ТВ}} = Q_0/t_0$;

для жидкой фазы $C_{\text{Ж}} = Q_0/(t_0/2) = 2C_{\text{ТВ}}$.

Следовательно, $C_{\text{ТВ}}/C_{\text{Ж}} = 1/2$.

За время работы нагревателя ($3\tau_0$) выделилось $4Q_0$ теплоты.

Площадь под графиком (а) соответствует выделившемуся количеству теплоты: $4N_0\tau_0 = 4Q_0$. Таким образом $N_0\tau_0 = Q_0$.

Вещество нагреется до точки плавления за время $\sqrt{2}\tau_0$. При этом мощность нагревателя возрастет до $\sqrt{2}N_0$.

Для плавления вещества потребуется количество теплоты $2Q_0$. На это потребуется время:

$$\tau_{\text{п}} = 0,5\tau_0 + (2 - \sqrt{2})\tau_0 = (2,5 - \sqrt{2})\tau_0 \approx 1,1\tau_0.$$

