

Отборочный тур

Ответы

1. Скорость k -ой шайбы после всех столкновений обозначаем u_k . При абсолютно упругом столкновении гладких шайб тангенциальные компоненты скоростей шайб не меняются, при этом шайбы обмениваются нормальными компонентами скоростей. Под тангенциальной и нормальной компонентами подразумеваются проекции скорости на направление общей касательной в точке взаимодействия шайбу и на направление вдоль перпендикуляра к этой касательной соответственно. Этот факт можно получить на основе законов сохранения импульса и энергии.

Ответ: а) $u_1 = 0, u_2 = 0, u_3 = \frac{v\sqrt{2}}{2} \approx 56$ см/с или $u_3 = \frac{v}{\sqrt{2}} \approx 57$ см/с, $u_4 = \frac{v\sqrt{2}}{2} \approx 56$ см/с или $u_4 = \frac{v}{\sqrt{2}} \approx 57$ см/с; б) $u_1 = \frac{v}{8} \approx 10$ см/с, $u_2 = \frac{v\sqrt{3}}{8} \approx 17$ см/с, $u_3 = \frac{v\sqrt{3}}{2} \approx 69$ см/с, $u_4 = \frac{v\sqrt{3}}{4} \approx 35$ см/с.

2. Поскольку $\delta Q = \nu c(T) dT$, количество теплоты можно найти интегрируя теплоёмкость по температуре. Вычисление интеграла, вообще говоря, можно свести к определению площади под графиком. Таким образом, можно получить соотношения для $Q(x)$ и $A'(x)$, где A' — работа внешних сил, а $x = \frac{T}{T_0}$:

$$Q(x) = \frac{RT_0}{2}(x-1)(x-3), \quad A'(x) = -\frac{RT_0}{2}(x-1)(x-6).$$

Ответ: а) —; б) $|Q| = \left| \frac{RT_0}{2} \right| = 0,83$ кДж; в) $A = 0$; г) $T_1 = \frac{7T_0}{2} = 700$ К.

3. а) $Q_1 = \frac{C\mathcal{E}^2}{4} = 0,4$ мДж; б) $I_2 = \frac{3\mathcal{E}}{2r} = 3$ А; в) $Q_2 = \frac{3C\mathcal{E}^2}{4} = 1,2$ мДж; г) $q_4 = C\mathcal{E} = 0,4$ мКл, $q_5 = 2C\mathcal{E} = 0,8$ мКл; д) $q'_4 = 0, q'_5 = 0$.

4. Обозначим через I_L ток, текущий по виткам одной из катушек. Ток в другой катушке будет таким же в силу симметрии. Можно доказать, что производная $\frac{dI_L}{dt}$ не меняет знака в переходном процессе и становится равна нулю, когда токи в элементах цепи перестают меняться.

ся. Причём доказательство не требует решения дифференциального уравнения. Таким образом, данное в условии утверждение о том, что зависимость тока через батарейку от времени — монотонная, является избыточным.

Сразу после замыкания ключа и спустя длительное время после замыкания ключа токи через батарейку равны соответственно:

$$I_{\mathcal{E}}(0) = \frac{\mathcal{E}}{r + 3R} = 0,3 \text{ А}, \quad I_{\mathcal{E}}(\infty) = \frac{\mathcal{E}}{r + \frac{R}{3}} = 1,5 \text{ А}.$$

Сразу после размыкания ключа токи через катушки остаются такими же, как до размыкания. В процессе уменьшения тока через катушки до нуля, ток, текущий через средний резистор, оказывается вдвое большим тока, текущего через любой из крайних резисторов. Отсюда следует, что количество теплоты, выделяющееся на среднем резисторе вдвое больше количества теплоты, выделяющегося на любом из крайних.

Ответ: а) $I_{\min} = \frac{\mathcal{E}}{r+3R} = 0,3 \text{ А}$; б) $I_{\max} = \frac{\mathcal{E}}{r+\frac{R}{3}} = 1,5 \text{ А}$; в) $U_R = \frac{4}{3} \cdot \frac{\mathcal{E}R}{r+\frac{R}{3}} = 12 \text{ В}$; г) $Q = L \cdot \left(\frac{2}{3}I_{\max}\right)^2 = 0,2 \text{ Дж}$; д) $Q_R = \frac{Q}{2} = 0,1 \text{ Дж}$.

5. Применив дважды формулу линзы, получим для расстояния между изображением и второй линзой формулу

$$a'_2 = \frac{f^2}{x - 2f'}$$

где f — фокусное расстояние собирающей линзы. Мнимое изображение соответствует отрицательным значениям величины a'_2 , при этом надо учесть, что $x > 0$, как следует из условия.

Увеличение в системе линз равно произведению увеличений каждой из линз и в нашем случае равно $\Gamma = \left| \frac{f}{x-2f} \right|$.

Ответ: а) $a_{\min} = 0$; б) $a_{\max} = 2f = 40 \text{ см}$; в) $\Gamma(1,5f) = 2$; г) $x_1 = f = 20 \text{ см}$.