

Отборочный тур

Ответы

1. Обозначим через C точку, в которой обруч касается горизонтальной поверхности. Эта точка является мгновенным центром скоростей. Поскольку векторы $\mathbf{v}_1$ и $\mathbf{v}_2$ ортогональны, отрезки $C1$ и $C2$ перпендикулярны. Пусть точка O — центр обруча, обозначим $\angle OC1$ за φ , тогда $\angle OC2 = \frac{\pi}{2} - \varphi$. Отсюда имеем соотношение для определения угла φ :

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{2\omega R \cos \varphi}{2\omega R \sin \varphi} = \operatorname{ctg} \varphi.$$

Произведение ωR есть скорость оси обруча v_0 , поэтому искомые скорости равны:

$$v_1 = 2\omega R \cos \varphi = 2v_0 \cos \varphi = 2v_0 \frac{\operatorname{ctg} \varphi}{\sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 \varphi}} = v_0 \sqrt{3}, \quad v_2 = v_0.$$

Вектор относительной скорости $\mathbf{v}_{21}$ равен разности векторов $\mathbf{v}_2$ и $\mathbf{v}_1$. Поскольку эти два вектора ортогональны, абсолютная величина относительной скорости находится по теореме Пифагора: $v_{21} = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = 2v_0$.

Ответ: а) $v_1 = v_0 \sqrt{3} = 3$ м/с; б) $v_2 = v_0 \approx 1,7$ м/с; в) $v_{21} = 2v_0 \approx 3,5$ м/с.

2. Ответы на вопросы, поставленные в первых двух пунктах этой задачи, можно получить устно, если рассмотреть движение шариков в системе отсчёта, падающей вниз с ускорением g . Для ответа на вопросы, поставленные в последнем пункте, можно найти горизонтальные и вертикальные проекции скоростей и далее вычислить модули.

Ответ: а) $v_0 = \frac{S_{AB}}{\tau} = 5$ м/с; б) $S_{AC} = S_{AB} \sqrt{3} \approx 8,7$ м, $S_{BC} = 2S_{AB} = 10$ м; в) $v_A = v_0 = 5$ м/с, $v_B = v_0 \sqrt{3} \approx 8,7$ м/с, $v_C = v_0 \sqrt{7} \approx 13,2$ м/с.

3. Следует записать уравнения второго закона Ньютона для одного из крайних грузов, для среднего груза, а также для участка нити, находящегося внутри одного из крайних грузов. Следует учесть, что скорость

любого конца нити равна по модулю скорости подвижного блока. Из полученной системы уравнений следует равенство ускорений блока и крайних грузов в любой момент времени, а также равенство силы натяжения нити и силы вязкого трения.

Ответ: а) $T = \frac{mg}{2} = 0,5 \text{ Н}$; б) $S = 10 \text{ см}$; в) $v_A = \frac{mg}{2\alpha} = 2 \text{ м/с}$.

4. При абсолютно упругом столкновении гладких шайб разность нормальных компонент скоростей шайб меняет знак. Нормалью в данном случае является перпендикуляр к общей касательной в точке соприкосновения шайб. Этот факт может быть получен из законов сохранения импульса и энергии.

Ответ: а) $\frac{m_2}{m_1} = 3$; б) $v'_1 = \frac{v\sqrt{10}}{4} \approx 6,3 \text{ м/с}$.

5. Ответы на последние два вопроса наиболее просто, на наш взгляд, получаются при помощи метода эквивалентного источника: двухполюсник с выводами A и B можно заменить на идеальный источник с $\mathcal{E} = \frac{U}{2}$ и внутренним сопротивлением $r = \frac{3R}{2}$.

Ответ: а) $I_{AB} = \frac{U}{3R} = 2 \text{ мА}$; б) $U_{AB} = \frac{U}{2} = 3 \text{ В}$; в) $I_1 = \frac{U}{3R} = 2 \text{ мА}$;
г) $I_2 = \frac{U}{2R} + \frac{U}{3R} = \frac{5U}{6R} = 5 \text{ мА}$.