1-й отборочный тур

Ответы

1. а) 1,0 м/с; б) 1,7 м/с.

2. а) 10 Н; б) 10 Н; в) 12 Н; г) 1 м/с^2 и 6 м/с^2.

3. а) Ответ 5: $v_1 = 2{,}5$ м/с; б) ответ 3: $v_2 \approx 6$ м/с.

4. а) Пусть v — скорость тяжёлого ядра до столкновения, тогда скорость центра масс равна $V = \frac{6v}{7}$. Энергия центра масс равна $\frac{7mv^2 \cdot 36}{2 \cdot 49} = \frac{18}{7}mv^2$, она не меняется в процессе столкновения. Суммарная энергия ядер в системе центра масс до столкновения равна $\frac{3mv^2}{7}$. После столкновения суммарная энергия ядер становится равна $T'_\Sigma = \frac{3mv^2}{7} - \frac{9mv^2}{28} = \frac{3mv^2}{28}$. В системе центра масс суммарный импульс ядер равен нулю, следовательно, модули импульсов равны, поэтому отношение кинетических энергий ядер после столкновения равно обратному отношению их масс:

$$\frac{T'_2}{T'_1} = \frac{\left(p'_2\right)^2}{2m_2} : \frac{\left(p'_1\right)^2}{2m_1} = \frac{m_1}{m_2} = 6.$$

Таким образом, кинетическая энергия лёгкого ядра после столкновения в системе центра масс равна $T'_2 = \frac{6}{7}T'_\Sigma = \frac{18mv^2}{(14)^2}$, а искомая скорость лёгкого ядра после столкновения равна $u'_2 = \sqrt{\frac{2T'_2}{m}} = \frac{3v}{7}$. Она в $\frac{7}{3}$ раз меньше v. Округляя, получаем ответ: $\frac{v}{u'_2} \approx 2$.

б) Скорость лёгкого ядра после столкновения в лабораторной системе равна векторной сумме $\mathbf{v}'_2 = \mathbf{V} + \mathbf{u}'_2$. В треугольнике скоростей, соответствующем этому равенству, длины двух сторон V и u'_2 фиксированы, а значения длины третьей стороны и углов могут быть различными. Максимальному углу вылета соответствует треугольник с прямым углом между сторонами v'_2 и u'_2. В этом случае $\sin\beta_{\max} = \frac{u'_2}{V} = \frac{1}{2}$. Иначе говоря, $\beta_{\max} = \arcsin\left(\frac{1}{2}\right) = 30^\circ$.

5. а) $a_{\min} = g = 10$ м/с^2; б) $v = \sqrt{2gR\left(\sqrt{3} - 1\right)} \approx 1{,}7$ м/с.

Перейдём в неинерциальную систему отсчёта, связанную с бруском. Сила инерции, возникающая в этой системе отсчёта, может быть учтена введением эффективного ускорения свободного падения $\mathbf{g}_{\text{эфф}} = \mathbf{g} - \mathbf{a}$. В условиях второго вопроса $\mathbf{g}_{\text{эфф}}$ составляет угол $\frac{\pi}{6}$ с горизонтом, при этом $\left|\mathbf{g}_{\text{эфф}}\right| = 2g$. Искомая относительная скорость находится по закону сохранения энергии.

6. а) $I_3 = 1$ А; б) $I_2 = 3$ А.