

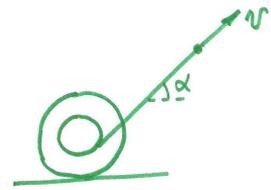
ПРИЛОЖЕНИЕ 8.3
К КУРСУ О.Ю.ШВЕДОВА
«ДИНАМИКА И ГИДРОДИНАМИКА»

олимпиадные задания

Москва — Курск — Орел — Рязань, 2010 г.

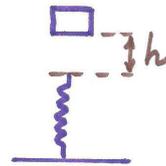
ВАРИАНТ 1

Д1.1 (НГУ, 1.5.9) Нить, намотанную на ось катушки, тянут со скоростью v под углом α к горизонту. Радиус оси катушки r , радиус катушки R . Катушка катится по горизонтальной плоскости без проскальзывания. Найдите скорость оси и угловую скорость вращения катушки. При каких углах α ось движется вправо? влево?



Д1.2 (химфак, 2000) Двое рабочих должны выкопать цилиндрический колодец глубиной $H = 2$ м. До какой глубины h следует копать первому рабочему, чтобы работа оказалась распределенной поровну? Считать, что грунт однороден и рабочие поднимают его до поверхности Земли.

Д1.3 (ВМК, 2002) На горизонтальном столе установлена пружина длиной $l_0 = 20$ см так, что ось пружины расположена вертикально. Когда сверху на пружину кладут брусок, длина пружины становится равной $l_1 = 18$ см. Какой минимальной длины l достигнет длина пружины, если тот же самый брусок упадет на нее сверху с высоты $h = 8$ см? Считать, что во всех случаях ось пружины остается вертикальной.



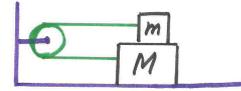
Д1.4 (Москва, 2.29) Холодильник поддерживает в морозильной камере постоянную температуру -12°C . Кастрюля с водой остывает в этой камере от температуры $+29^\circ\text{C}$ до температуры $+25^\circ\text{C}$ за $\tau_1 = 6$ мин. За какое время вода в кастрюле замерзнет? Считайте, что получаемая кастрюлей мощность пропорциональна разности температур кастрюли и морозильной камеры.

Д1.5 (Москва, 4.18) В веществе, показатель преломления которого монотонно зависит от одной из декартовых координат, луч света может распространяться по дуге окружности. Найдите вид зависимости показателя преломления от этой координаты.

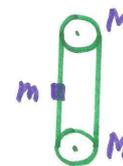
ВАРИАНТ 2

Д2.1 (МФТИ-1, 1.13) Самолет летит горизонтально на высоте $H = 4$ км над поверхностью Земли со сверхзвуковой скоростью. Звук дошел до наблюдателя через $t = 10$ с после того, как над ним пролетел самолет. Определите скорость v самолета. Скорость звука $c = 330$ м/с.

Д2.2 (МФТИ-1, 1.66) На гладком горизонтальном столе лежит брусок массой $M = 2$ кг, на котором находится брусок массой $m = 1$ кг. Оба бруска соединены легкой нитью, перекинутой через невесомый блок. Какую силу F нужно приложить к нижнему бруску, чтобы он начал двигаться от блока с постоянным ускорением $a = g/2$? Коэффициент трения между брусками $\mu = 0,5$. Трением между нижним бруском и столом пренебречь.



Д2.3 (физфак, 2002) На свободно вращающиеся ободья двух одинаковых велосипедных колес, центры которых лежат на одной вертикали, а оси закреплены горизонтально и параллельны, натянута легкая шерховатая нерастяжимая нить, концы которой прикреплены к грузу массой m , удерживаемому вблизи верхнего обода. Толщина обода много меньше его радиуса, а масса обода много больше массы спиц и втулки колеса и равна M . С каким ускорением будет двигаться груз после его отпущения до момента касания нижнего обода?



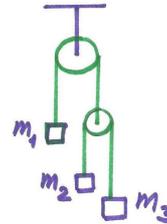
Д2.4 (физфак, 2001) В гладком вертикальном цилиндре под невесомым поршнем находится влажный воздух. При увеличении внешнего давления в $n = 2$ раза объем воздуха уменьшился в $k = 3$ раза. Найти первоначальную плотность воздуха, зная, что начальное внешнее давление было равно $p = 1$ атм, молярная масса воздуха равна $\mu = 29$ г/моль, воды $\mu = 18$ г/моль, а температура воздуха в цилиндре оставалась неизменной и равной $t = 100^\circ\text{C}$.

Д2.5 (ВМК, 2000) Точечный источник света расположен на главной оптической оси тонкой собирающей линзы с фокусным расстоянием $f = 20$ см. По другую сторону от линзы на расстоянии $b = 80$ см от нее находится экран, перпендикулярный ее главной оптической оси. Известно, что если переместить экран на расстояние $d = 40$ см в сторону линзы, то размер пятна света, создаваемого источником на экране, в результате не изменится. Определить расстояние a от источника света до линзы.

Д3.1 (Москва-2008, 9-II.2) Тонкий карандаш, подвешенный на нитке за один из концов, начинают погружать в воду, медленно опуская точку подвеса. Определите максимальную глубину h погружения нижнего конца карандаша, если длина карандаша $l = 18$ см, а его средняя плотность в $n = 2$ раза меньше плотности воды.

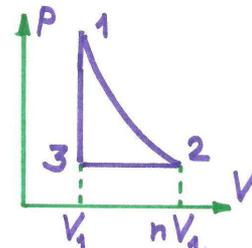


Д3.2 (МГУ-1, 84) Определите ускорение грузов массы m_1 , m_2 и m_3 и силы натяжения нитей в системе блоков с грузами, изображенной на рисунке. Проанализируйте ответ в случае $m_1 = m_2 + m_3$.



Д3.3 (физфак, 2001) При взрыве в верхней точки траектории ракеты, летевшей вертикально, образовались три осколка, первые два из которых полетели во взаимно перпендикулярных направлениях со скоростями $v_1 = 12$ м/с и $v_2 = 8$ м/с. Определить массу третьего осколка, если первый имел массу $m_1 = 1$ кг, второй — массу $m_2 = 2$ кг, а кинетическая энергия всех осколков сразу после взрыва была равна $W = 236$ Дж.

Д3.4 (МФТИ-1, 2.235) Работу одного из первых двигателей внутреннего сгорания можно моделировать циклом, состоящим из адиабаты, изобары и изохоры. Определите теоретический КПД такого двигателя, если известно отношение максимального и минимального объемов газов (степень сжатия) — n . Показатель адиабаты γ .

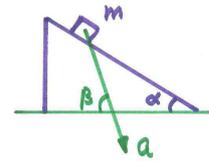


Д3.5 (ВМК, 2002) Тонкая линза дает на экране изображение предмета с линейным увеличением $m_1 = 2$. Во сколько раз α нужно изменить расстояние между предметом и экраном, чтобы с помощью той же линзы получить на экране изображение предмета с увеличением $m_2 = 3$?

ВАРИАНТ 4

Д4.1 (физфак, 2001) Тонкая неоднородная палочка постоянного сечения S длиной L , центр масс которой находится на расстоянии $L/4$ от одного из ее концов, лежит на дне сосуда. В сосуд наливают жидкость плотностью ρ . При какой массе палочки она при достаточно высоком уровне жидкости в сосуде может принять вертикальное положение?

Д4.2 (НГУ, 2.1.50) На гладкой горизонтальной плоскости находится клин с углом α при основании. Тело массы m , положенное на клин, опускается с ускорением, направленным под углом $\beta < \alpha$ к горизонтали. Определите массу клина.



Д4.3 (ВМК, 2001) Гладкий канат длиной $l = 2$ м переброшен через блок. В начальный момент времени канат покоится и по обе стороны блока свешиваются равные его отрезки. Затем в результате незначительного толчка канат приходит в движение. Найти скорость каната v в момент времени, когда с одной стороны блока свешивается отрезок каната длиной $l_1 = 1,5$ м. Считать, что при движении свешивающиеся с блока части каната остаются вертикальными. Ускорение свободного падения g принять равным 10 м/с^2 .



Д4.4 (Москва, 2.30) На краю крыши висят сосульки конической формы, геометрически подобные друг другу, но разной длины. После резкого потепления самая маленькая сосулька длиной l растаяла за время τ . За какое время растает самая большая сосулька длины $3l$?

Д4.5 (ФНМ, 2005) Плоская поверхность плосковыпуклой собирающей линзы с фокусным расстоянием F покрыта отражающим слоем. На расстоянии L от линзы со стороны выпуклой поверхности на главной оптической оси линзы расположен точечный источник света. При каком L изображение источника будет действительным?

ВАРИАНТ 5

Д5.1 (МГУ-1, 71) От прямолинейного участка берега отошли одновременно два корабля А и В, находившиеся первоначально на расстоянии l друг от друга. Корабль А движется по прямой, перпендикулярной берегу. Корабль В все время держит курс на корабль А, имея в каждый момент ту же скорость, что и А. Через достаточно большое время второй корабль следует за первым, отстоя от него на некоторое расстояние. Найдите это расстояние.

Д5.2 (Москва, 1.250) Из неиссякаемого источника через круглую трубу с внутренним диаметром $D = 5$ см вертикально вниз вытекает струя воды. Ведра подставляют под струю воды так, что верх ведра находится на $H = 1,5$ м ниже конца трубы. На уровне верха ведра диаметр струи равен $d = 4$ см. Каков расход воды у источника?

Д5.3 (ВМК, 2002) В цилиндрическом сосуде под поршнем при температуре $T = 373$ К находится насыщенный водяной пар. При изотермическом сжатии пара выделилось количество теплоты $Q = 4540$ Дж. Найти совершенную при сжатии работу A . Молярная масса воды $\mu = 18$ г/моль, удельную теплоту парообразования воды считать равной $\lambda = 2270$ Дж/г, универсальную газовую постоянную принять равной $R = 8,3$ Дж/(моль \cdot К).

Д5.4 (Гольдфарб, 16.34) Металлическое кольцо радиусом R имеет заряд q . Чему равны напряженность поля и потенциал: (а) в центре кольца; (б) на расстоянии a от центра вдоль оси, перпендикулярной плоскости кольца.

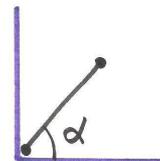
Д5.5 (физфак, 2000) Плоскопараллельная пластинка составлена из двух стеклянных клиньев с показателями преломления $n_1 = 1,5$ и $n_2 = 1,6$. Один из углов этих клиньев равен $\alpha = 1^\circ$. За пластинкой расположена линза с фокусным расстоянием $F = 180$, а за ней экран, причем главная плоскость линзы и плоскость экрана параллельны передней и задней плоскостям пластинки. Если на переднюю плоскость пластинки направить нормально к ней параллельный пучок света, на экране будет наблюдаться светлая точка. На сколько сместится эта точка, если убрать пластинку?

ВАРИАНТ 6

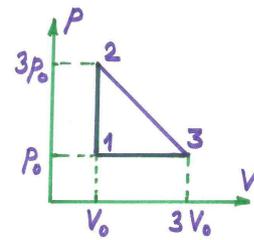
Д6.1 (МФТИ-1, 6.38) Возраст археологических образцов можно определить по содержанию в них радиоактивного углерода-14, период полураспада которого равен $T = 5730$ лет. Радиоактивность атмосферного углерода $A = 0,255$ Бк/г. Найдите возраст находки, у которой $m = 0,1$ г углерода дают активность $N = 35$ распадов/ч.

Д6.2 (НГУ, 2.1.60) Из тонкого резинового жгута массы m и жесткости k сделали кольцо радиуса R_0 . Это кольцо раскрутили вокруг его оси. Найдите новый радиус кольца, если угловая скорость его вращения ω .

Д6.3 (физфак, 2002) Тонкая легкая палочка длиной L с двумя закрепленными на концах небольшими грузами массой m каждый начинает падать от стены комнаты из вертикального положения. Пренебрегая трением и зная, что палочка во время падения находится в одной и той же вертикальной плоскости, перпендикулярной стене, найти зависимость силы давления палочки на стену от угла α .



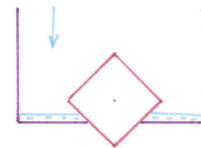
Д6.4 (МФТИ-1, 2.230) На рисунке изображен цикл, проведенный с идеальным одноатомным газом в количестве $\nu = 1$ моль. Вычислите КПД цикла.



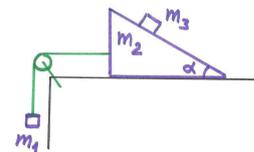
Д6.5 (Москва, 4.14) На горизонтальном столе стоит прозрачный цилиндр с радиусом основания R и высотой H_1 , изготовленный из стекла с показателем преломления $n = 1,5$. На высоте H_2 над верхним основанием цилиндра на его оси расположен точечный источник света. Найдите радиус тени, отбрасываемой цилиндром на поверхность стола.

ВАРИАНТ 7

Д7.1 (Москва, 1.241) В горизонтальном дне сосуда имеется прямоугольное отверстие с размерами $a \times b$. Его закрыли прямоугольным параллелепипедом со сторонами $b \times c \times c$ так, что одна из граней $c \times c$ вертикальна (вид сбоку показан на рисунке). В сосуд медленно наливают жидкость плотности ρ . Какова должна быть масса параллелепипеда M , чтобы он не всплывал ни при каком уровне воды? Силами трения и поверхностного натяжения пренебречь.



Д7.2 (МГУ-1, 92) Определите ускорения тел масс m_1, m_2 и m_3 в механической системе, изображенной на рисунке. Массой блока и нити и трением пренебречь.



Д7.3 (НГУ, 2.5.18) Частица массы m_1 налетела со скоростью v на неподвижную частицу массы m_2 , которая после упругого удара полетела под углом α к первоначальному направлению движения налетающей частицы. Определите скорость частицы массы m_1 после удара.

Д7.4 (физфак, 2004) Между дном горизонтального цилиндра и гладким поршнем при температуре $T_1 = 111$ К содержится смесь гелия и криптона. Относительная влажность криптона равна $r = 0,5$. Плотность гелия в $n = 2$ раза меньше плотности криптона. Вне цилиндра давление p равно нормальному атмосферному. Температура кипения криптона при нормальном атмосферном давлении $T_k = 121$ К. На сколько нужно понизить температуру смеси, чтобы на стенках цилиндра выпала роса? Молярные массы гелия и криптона равны $\mu = 4$ г/моль, $\mu = 84$ г/моль.

Считать, что давление насыщенных паров криптона линейно зависит от его абсолютной температуры.

Д7.5 (Москва, 4.23) Точечный источник света находится на расстоянии L от экрана. Тонкую собирающую линзу с фокусным расстоянием $F > L/4$, параллельную экрану, перемещают между источником и экраном. При каком положении диаметр пятна, видимого на экране, будет минимальным?