

ВВЕДЕНИЕ В АЛГЕБРУ И АНАЛИЗ

ПРОГРАММА КУРСА

автор-составитель О.Ю.Шведов

Москва — Курск — Орел — Рязань, 2010 г.

ПРОГРАММА КУРСА

1. Введение в алгебру

1.1. Квадратный трехчлен

1.1.1. Вавилонская задача о нахождении двух чисел по их сумме и произведению

1.1.2. Разложение квадратного трехчлена на множители. Решение квадратного уравнения

1.1.3. Исследование квадратного трехчлена методом выделения полного квадрата. Минимально возможное значение квадратного трехчлена. Когда квадратное уравнение не имеет корней?

1.1.4. Неравенство для среднего арифметического и среднего геометрического

1.1.5. Исследование неравенств, содержащих квадратный трехчлен, с помощью метода интервалов

1.2. Числовые последовательности и прогрессии

1.2.1. Арифметическая прогрессия: определение, n -й член, сумма первых n членов

1.2.2. Геометрическая прогрессия: определение, n -й член. Степень с натуральным и нулевым показателем

1.2.3. Сумма первых n членов геометрической прогрессии

1.2.4. Бесконечная периодическая дробь, метод ее перевода в обыкновенную

1.3. Степени и радикалы

1.3.1. Определение степени с отрицательным целым показателем

1.3.2. Основные свойства степени с целым показателем (сложение и умножение показателей, умножение оснований)

1.3.3. Корень n -й степени при четном и нечетном n . Возведение корня n -й степени в степень n

1.3.4. Радикал произведения и степени, последовательное извлечение радикалов

1.3.5. Определение степени с дробным показателем

1.3.6. Равные дробные показатели и равные степени. Свойства степени с дробным показателем

1.4. **Показательная функция. Логарифм**

1.4.1. Графики функции $y = 2^x$ и $y = 0,5^x$. Общие свойства показательной функции $y(x) = a^x$ при разных a (возрастание при $a > 1$ и убывание при $0 < a < 1$, достижение сколь угодно больших и сколь угодно близких к нулю значений)

1.4.2. Решение уравнения $a^x = b$. Определение логарифма. Логарифмические тождества (показательная функция от логарифма и логарифм показательной функции)

1.4.3. Свойства логарифмов: логарифм произведения, степени, переход к другому основанию

1.4.4. Применение логарифмов (замена умножения на сложение, возведение в произвольную степень, извлечение корней)

2. **Элементы высшей математики**

2.1. **Дифференциальное исчисление. Метод Ферма исследования функций**

2.1.1. Как заменить криволинейный график функции прямой линией? Понятие производной

2.1.2. Дифференцирование константы, суммы величин, произведения величины на константу

2.1.3. Дифференцирование произведения

2.1.4. Дифференцирование выражений x^2 , \sqrt{x} , x^3 и $1/x$. Общая формула для дифференцирования x^n

2.1.5. Дифференцирование тригонометрических функций

2.1.6. Метод Ферма исследования функций на возрастание и убывание

2.2. **Понятие об интеграле. Формула Ньютона-Лейбница**

2.2.1. Понятие об интеграле. Интеграл от константы и ступенчатой функции

2.2.2. Интеграл от суммы функций, произведения функции на число

2.2.3. Замена переменной в интеграле и операции над графиком функции (отражение, сдвиг, растяжение по горизонтали)

2.2.4. Изменение функции и интеграл от ее производной. Формула Ньютона-Лейбница, ее применение к расчету интегралов

2.2.5. Замена переменной в интеграле с точки зрения формулы Ньютона-Лейбница

2.2.6. Табличные интегралы (интегралы от степенной и тригонометрической функции)

2.3. **Натуральный логарифм и экспонента**

2.3.1. Натуральный логарифм как площадь под гиперболой. Интеграл от $1/x$ по произвольному промежутку. Производная натурального логарифма

2.3.2. Масштабирование площади под гиперболой. Натуральный логарифм произведения и степени. Значения, принимаемые натуральным логарифмом

2.3.3. Определение экспоненты. Экспонента нуля. Логарифм экспоненты и экспонента логарифма. Произведение экспонент, степень экспоненты. Число e как основание натуральных логарифмов

2.3.4. Дифференцирование экспоненты и степенной функции

2.3.5. Неравенство для e^S и $1 + S$. Приближенный расчет экспоненты и числа e

2.4. **Комплексные числа**

2.4.1. Комплексные числа, их действительная и мнимая части

2.4.2. Сложение и умножение комплексных чисел. Комплексное сопряжение. Обращение комплексного числа

2.4.3. Изображение комплексного числа на координатной плоскости. Сложение комплексных чисел и сложение векторов. Тригонометрическая запись комплексного числа, его модуль и аргумент

2.4.4. Функция Эйлера. Геометрический смысл умножения комплексного числа на функцию Эйлера (поворот вектора)

2.4.5. Свойства функции Эйлера при сложении аргументов — краткая запись тригонометрических формул сложения

2.4.6. Приближенный расчет значений синуса и косинуса с помощью комплексных чисел. Понятие об экспоненте мнимого числа

2.4.7. Извлечение корня n -й степени из комплексного числа