Московская олимпиада школьников по физике, 2015/16, нулевой тур, очное задание

Авторы задач: Бычков А.И., Мусин А.И., Паринов Д.А.

Комплекты по классам				
7 класс	1	2	3	4
8 класс	5	6	3	4
9 класс	5	7	8a	10
10 класс	7	10	8a	11
11 класс	7	10	8b	9

Задача 1 (7 класс)

Из деревни Алексеевка в село Борисово выехал грузовой автомобиль. Через полчаса вслед за ним из Алексеевки выехал легковой автомобиль, также направляющийся в село Борисово. Автомобили следовали по одному и тому же маршруту, грузовой автомобиль двигался с постоянной скоростью 60 км/ч, а легковой автомобиль с постоянной скоростью 80 км/ч. Легковой автомобиль обогнал грузовой на полпути между Алексеевкой и Борисовым. Найдите расстояние между населенными пунктами и времена движения каждого из автомобилей.

Ответ.

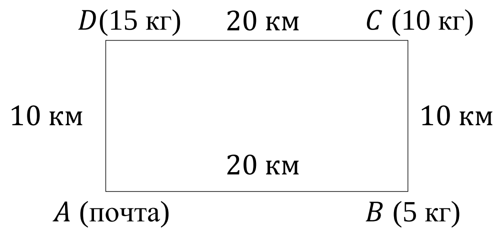
Расстояние между населенными пунктами 240 км; время движения грузового автомобиля 4 ч, легкового — 3 ч.

Критерии оценок.

За найденное расстояние +4 очка; за время движения каждого из автомобилей +3 очка.

Задача 2 (7 класс)

Почтальон Печкин из пункта A должен доставить посылки Дяде Фёдору, коту Матроскину и Шарику в три пункта: B, C и D соответственно. Схема всех дорог Простоквашинского района и массы посылок, доставляемых в пункты назначения, указаны на рисунке. С полным грузом Печкин выезжает на спортивном велосипеде из пункта A со скоростью $v = 5$ км/ч. Оставляя посылку в каждом пункте назначения, Печкин может увеличить скорость своего движения на столько километров в час, на сколько килограммов уменьшилась масса доставляемого груза. Например, доставив Дяде Фёдору в пункт B посылку массой 5 кг, Печкин может увеличить скорость своего дальнейшего движения на 5 км/ч. Укажите маршрут, по которому нужно двигаться Печкину, чтобы за наименьшее время доставить все грузы в пункты назначения и вернуться на почту (пункт A). Найдите это время. Почтальон может передвигаться только по дорогам.



Ответ.

Оптимальный маршрут $ADCBA$. Время движения по нему $t \approx 3$ ч 54 мин ≈ 4 ч.

Критерии оценок.

За правильно указанный маршрут +4 очка, за правильный ответ для времени +6 очков. Если указан не оптимальный маршрут, но время движения по указанному маршруту рассчитано правильно – то +3 очка.

Возможное решение.

Необходимо сравнить два маршрута движения. При движении по часовой стрелке получается $t_1 \approx 4$ ч., а при движении против часовой стрелки $t_2 \approx 6{,}3$ ч. Получается, что маршрут «Шарик - кот Матроскин - Дядя Фёдор» выгоднее для Печкина.

Задача 3 (7-8 класс)

Из набора гирь («разновесов») Настей были утеряны некоторые миллиграммовые гирьки. Для изготовления временных миллиграммовых разновесов она использовала бумагу из папиного принтера. Помогите Насте вычислить размеры бумажных разновесов прямоугольной формы для замены гирек массами 50 мг, 100 мг, 200 мг (по одному варианту для каждой гирьки). Один квадратный метр бумаги имеет массу 80 г. Какое максимальное число наборов из трёх разновесов прямоугольной формы можно получить из листа бумаги с размерами 20×40 см^2?

Ответ.

50 мг — 2,5 см $\times$ 2,5 см; 100 мг — 5 см $\times$ 2,5 см; 200 мг — 5 см $\times$ 5 см (возможны другие варианты). Максимум можно вырезать 18 наборов.

Критерии оценок.

За правильно приведенный пример размера каждого из грузов +2 очка (всего 6 очков). За правильно указанное максимально возможное число наборов +4 очка.

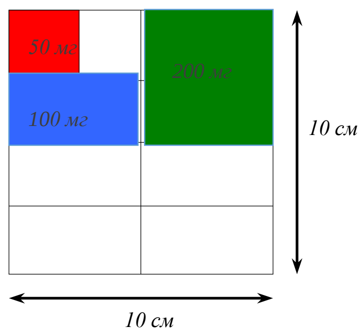
Возможное решение.

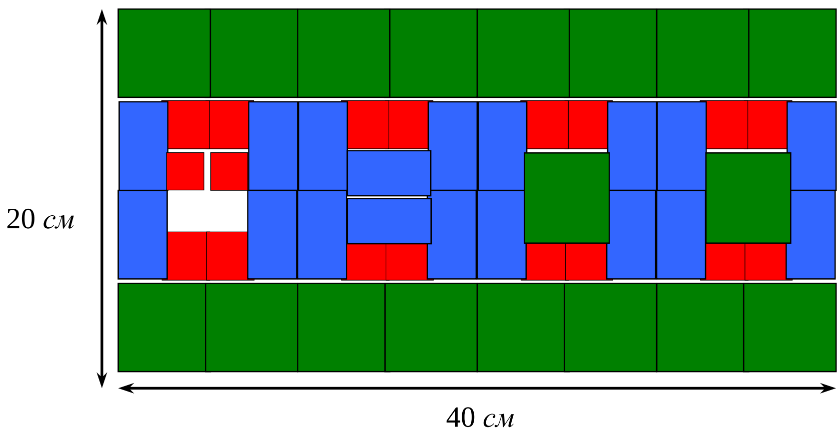
Определим площадь бумаги для изготовления гирьки в *100 мг*:

$$S = \frac{0{,}100\ \text{г}}{80\ \text{г}} \cdot 10^4\ \text{см}^2 = \frac{100}{8}\text{см}^2.$$

Нужно вырезать квадрат 10×10 см^2 и разрезать его на восемь частей. Размеры для различных гирек показаны на рисунке.

Максимум можно вырезать 18 наборов, в каждом из которых будет по 3 разновеса (*50 мг, 100 мг, 200 мг*). Пример схемы разрезания представлен на рисунке.



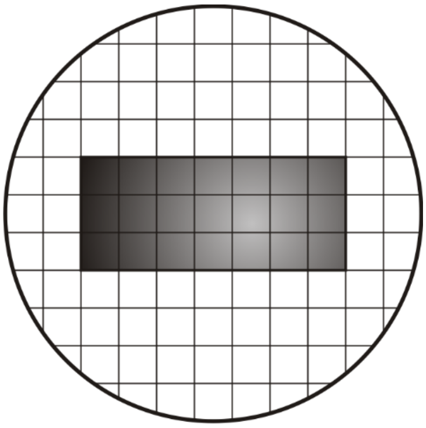


Задача 4 (7-8 класс)

Оптический микроскоп состоит из двух основных частей: объектива и окуляра. Изучаемый предмет (объект) помещают перед объективом, тогда за объективом возникает изображение предмета, которое больше самого предмета в некоторое число раз, которое называется увеличением объектива. Это изображение рассматривают через окуляр (от слова «око» - глаз), который в свою очередь также «увеличивает» наблюдаемые через него предметы в некоторое число раз, которое называется увеличением окуляра. Обычно микроскопы имеют несколько объективов с различным увеличением, чтобы экспериментатор имел возможность выбрать увеличение, наиболее удобное для данного опыта.

На рисунке показано видимое через окуляр изображение образца прямоугольной формы, полученное с помощью оптического микроскопа с увеличением объектива $\times 4$ и увеличением окуляра $\times 10$. Для того, чтобы измерять размеры наблюдаемых объектов, между объективом и окуляром в микроскопе помещена тонкая сетка, расстояние между соседними линиями которой равно 0,5 мм.

Чему равно полное увеличение микроскопа? С помощью рисунка определите истинные длины сторон образца. Рассчитайте площадь поверхности образца.



Ответ.

Размеры образца 0,875 мм × 0,375 мм; площадь поверхности образца ≈0,33 мм^2; полное увеличение микроскопа 40.

Критерии оценок.

За правильно найденное увеличение микроскопа +2 очка. За каждый правильно найденный размер образца +3 очка (всего 6 очков); за правильно найденную площадь поверхности образца +2 очка.

Задача 5 (8-9 класс)

Алюминиевый шарик с герметичной внутренней полостью аккуратно опустили в измерительный цилиндр, заполненный водой. При этом объём вытесненной жидкости был равен 18 мл. Затем этот же шарик аккуратно опустили в измерительный цилиндр, заполненный керосином. В этом случае объём вытесненной жидкости равнялся 20 мл. Найдите массу шарика, его объём и объём полости.

Плотность алюминия $\rho_0 = 2{,}7\ \text{г/см}^3$, воды $\rho_1 = 1{,}0\ \text{г/см}^3$, керосина $\rho_2 = 0{,}8\ \text{г/см}^3$. Шарик не касался стенок цилиндра, уровень жидкости в цилиндре всегда был в несколько раз больше диаметра шарика.

Ответ.

Масса шарика 18 г, его объём 20 см^3, объём полости ≈13,3 см^3.

Критерии оценок.

За массу шарика +3 очка, за его объём +3 очка, за объём полости +4 очка.

Задача 6 (8 класс)

Если некоторую пружину растягивать силой 30 Н, её длина будет равна 28 см, а если сжимать силой 20 Н, то её длина будет равна 23 см. Найдите длину пружины в недеформированном состоянии и жёсткость пружины.

Ответ.

Длина пружины в недеформированном состоянии 25 см; жёсткость пружины 10 Н/см.

Критерии оценок.

За длину в недеформированном состоянии +5 очков; за жёсткость +5 очков.

Задача 7 (9-11 классы)

В герметично закрытом баке находится вода при температуре 0 °C. В воде плавает кусок льда массой 1 кг, в который вмёрзла свинцовая дробинка массой 100 г. Какое количество теплоты нужно подвести к содержимому бака, чтобы лёд с дробинкой затонули? Чему будет равна масса льда, в момент, когда лёд с дробинкой начнут тонуть? Как изменится уровень воды в баке после того, как лёд с дробинкой утонут?

Плотность воды $\rho_в = 1{,}0$ г/см^3, плотность льда $\rho_л = 0{,}9$ г/см^3, плотность свинца $\rho_с = 11{,}3$ г/см^3, удельная теплота плавления льда $\lambda = 335$ кДж/кг. Дробинка находится в середине куска льда и не отрывается от него.

Ответ.
Нужно подвести ≈60,3 кДж; масса льда будет равна ≈820 г; уровень воды понизится.

Критерии оценок.
За нахождение массы льда в момент, когда лёд с дробинкой начнут тонуть +4 очка; за нахождение количества теплоты +4 очка; за утверждение, что уровень воды понизится +2 очка.

Возможное решение.
Когда средняя плотность оставшегося льда и дробинки станет больше плотности воды, тогда дробинка начнет тонуть. Т.е. $\frac{M_1+m}{V} = \frac{M_1+m}{\frac{M_1}{\rho_л}+\frac{m}{\rho_c}} = \rho_в$, следовательно

$$M_1 = m\frac{(\rho_c - \rho_в)\rho_л}{(\rho_в - \rho_л)\rho_c} \approx 820 \text{ г},$$

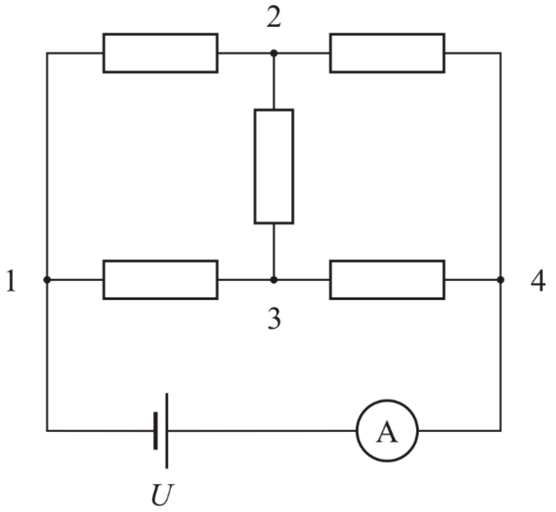
где M_1 – масса оставшегося льда, m – масса дробинки. Растаять должна масса льда $\Delta M = M - M_1$, где M – первоначальная масса льда. Значит, необходимо подвести количество теплоты:

$$Q = \lambda \Delta M = \lambda\left(M - m\frac{(\rho_c - \rho_в)\rho_л}{(\rho_в - \rho_л)\rho_c}\right) \approx 60 \text{ кДж}.$$

Так как оставшийся лед с дробинкой опустятся на дно бака и будут давить на него с некоторой силой, то, следовательно, сила давления воды на дно должна уменьшиться, чтобы суммарная сила давления на дно осталась неизменной. Значит уровень воды понизится.

Задача 8а (9-10 классы)
Вася нашел в ящике своего папы-физика четыре резистора сопротивлением 1 Ом каждый, один резистор сопротивлением 4 Ом, амперметр, батарейку с напряжением $U = 4{,}5$ В и провода. С использованием этих элементов Вася собрал цепь, схема которой изображена на рисунке (такая схема называется мостовой). Какой из резисторов нужно отключить Васе для того, чтобы показания амперметра изменились сильнее всего? Вася знает расположение резистора с сопротивлением 4 Ом, но пока вы не расскажете, что ему надо делать, он Вам не покажет, где располагается этот резистор.

Рассмотрите два случая: А) если резистор сопротивлением 4 Ом включен в диагональ моста (то есть между точками 2 и 3); и Б) если этот резистор включен НЕ в диагональ моста. Для каждого случая дайте ответ на вопрос задачи. Для первого случая дополнительно рассчитайте чему равно изменение показаний амперметра. Батарейку можно считать идеальным источником напряжения, амперметр также считайте идеальным.



Ответ.

В первом случае нужно отключить любой резистор с сопротивлением 1 Ом; во втором случае нужно отключить резистор с сопротивлением 1 Ом, подключенный к тому же полюсу батарейки, что и резистор с сопротивлением 4 Ом; абсолютная величина изменения показаний амперметра в первом случае равна 2 А.

Критерии оценки.

Если указано, что в первом случае нужно отключить резистор сопротивлением 1 Ом +3 очка; за нахождение разницы показаний амперметра в первом случае +3 очка; если указано, что во втором случае нужно отключить резистор сопротивлением 1 Ом, подключенный к тому же полюсу батарейки, что и резистор с сопротивлением 4 Ом +4 очка.

Возможное решение

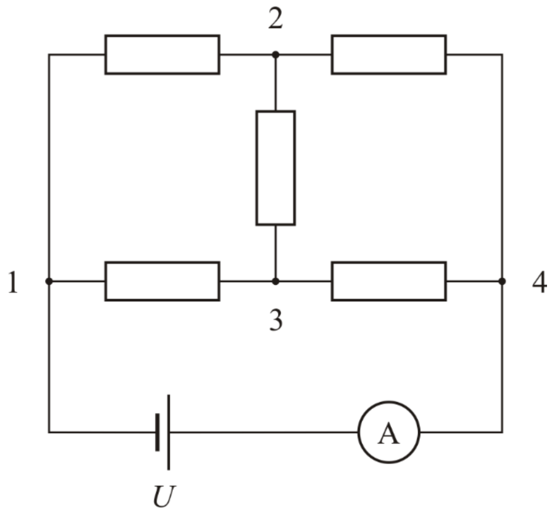
Если резистор 4 Ом включен в диагональ моста, то его не имеет смысла вытаскивать, потому что показания амперметра при этом не изменятся. То есть в этом случае, надо отключить любой резистор 1 Ом. Если же резистор 4 Ом подключен, например, к плюсу батарейки (это на самом деле не принципиально), то нужно отключить резистор 1 Ом, который тоже подключен к плюсу батарейки, так как через него течет самый большой ток.

Для случая, когда резистор сопротивлением 4 Ом включен в диагональ моста:

- Вначале ток через диагональ моста не течёт и сопротивление всей цепи равно
$$R_1 = \left(\frac{1}{2\ \text{Ом}} + \frac{1}{2\ \text{Ом}}\right)^{-1} = 1\ \text{Ом}.$$
- После отключения одного из резисторов сопротивлением 1 Ом, полное сопротивление всей цепи будет равно
$$R_2 = 1\ \text{Ом} + \left(\frac{1}{1\ \text{Ом}} + \frac{1}{5\ \text{Ом}}\right)^{-1} = \frac{11}{6}\ \text{Ом} \approx 1{,}83\ \text{Ом}.$$
- Абсолютная величина изменения показаний амперметра равна
$$\frac{U}{R_1} - \frac{U}{R_2} = 2\ \text{А}.$$

Задача 8b (11 класс)

Вася нашел в ящике своего папы-физика четыре резистора сопротивлением 1 Ом каждый, один резистор сопротивлением 4 Ом, амперметр, батарейку с напряжением $U = 4{,}5$ В и провода. С использованием этих элементов Вася собрал цепь, схема которой изображена на рисунке (такая схема называется мостовой). Какой из резисторов нужно отключить Васе для того, чтобы показания амперметра изменились сильнее всего? Найдите это изменение показаний амперметра. Вася знает расположение резистора с сопротивлением 4 Ом, но пока вы не расскажете, что ему надо делать, он Вам не покажет, где располагается этот резистор. Батарейку можно считать идеальным источником напряжения, амперметр также считайте идеальным.



Ответ.

Нужно рассмотреть два случая: когда резистор с сопротивлением 4 Ом включен в диагональ моста и когда нет.

В первом случае нужно отключить любой резистор с сопротивлением 1 Ом, абсолютная величина разности показаний амперметра в первом случае равна 2 А; во втором случае нужно отключить резистор с сопротивлением 1 Ом, подключенный к тому же полюсу батарейки, что и резистор с сопротивлением 4 Ом, абсолютная величина разности показаний амперметра в этом случае 2,3 А.

Критерии оценки.

Если правильно указано, какой резистор нужно отключить в первом случае +2 очка; найдена разность показаний в первом случае +2 очка; правильно указано, какой резистор нужно отключить во втором случае +3 очка; найдена разность показаний во втором случае +3 очка.

Возможное решение

Если резистор 4 Ом включен в диагональ моста, то его не имеет смысла вытаскивать, потому что показания амперметра при этом не изменятся. То есть в этом случае, надо отключить любой резистор 1 Ом. Найдём изменение показаний амперметра в этом случае:

- Вначале ток через диагональ моста не течёт и сопротивление всей цепи равно
$$R_1 = \left(\frac{1}{2\text{ Ом}} + \frac{1}{2\text{ Ом}}\right)^{-1} = 1\text{ Ом}.$$
- После отключения одного из резисторов сопротивлением 1 Ом, полное сопротивление всей цепи будет равно
$$R_2 = 1\text{ Ом} + \left(\frac{1}{1\text{ Ом}} + \frac{1}{5\text{ Ом}}\right)^{-1} = \frac{11}{6}\text{ Ом} \approx 1{,}83\text{ Ом}.$$

  Абсолютная величина изменения показаний амперметра равна
$$\frac{U}{R_1} - \frac{U}{R_2} = 2\text{ А}.$$

- Если же резистор 4 Ом подключен, например, к плюсу батарейки (это на самом деле не принципиально), то нужно отключить резистор 1 Ом, который тоже подключен к плюсу батарейки, так как через него течет самый большой ток. Найдём изменение показаний амперметра в этом случае.
- Найдём сопротивление цепи до отключения резистора. Для определённости положим, что резистор сопротивлением 4 Ом подключен между точками 1 и 2 (в силу симметрии, сопротивление цепи будет таким же и в 3 остальных случаях). Пусть потенциал в точке 1 $\varphi_1 =$

0, тогда потенциал в точке 4 равен $\varphi_4 = U$. Пусть φ_2 и φ_3 — потенциалы точек 2 и 3 соответственно. Для узлов 2 и 3 запишем условие равенства нулю суммы всех вытекающих токов:

$$\begin{cases} \dfrac{\varphi_2}{4\ \text{Ом}} + \dfrac{\varphi_2 - \varphi_3}{1\ \text{Ом}} + \dfrac{\varphi_2 - U}{1\ \text{Ом}} = 0, \\ \dfrac{\varphi_3}{1\ \text{Ом}} + \dfrac{\varphi_3 - \varphi_2}{1\ \text{Ом}} + \dfrac{\varphi_3 - U}{1\ \text{Ом}} = 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{9}{4}\varphi_2 - \varphi_3 = 4{,}5\ \text{В}, \\ -\varphi_2 + 3\varphi_3 = 4{,}5\ \text{В}; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \varphi_2 \approx 3{,}1\ \text{В}, \\ \varphi_3 \approx 2{,}5\ \text{В}. \end{cases}$$

Сила тока в цепи равна

$$I_1 = \frac{\varphi_2}{4\ \text{Ом}} + \frac{\varphi_3}{1\ \text{Ом}} \approx 3{,}32\ \text{А}.$$

- После отключения резистора сила тока в цепи будет равна

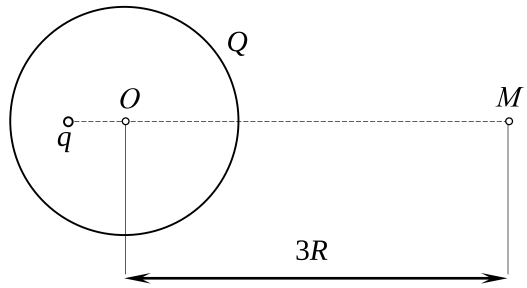
$$I_2 = \frac{U}{4\ \text{Ом} + \frac{2}{3}\ \text{Ом}} \approx 0{,}96\ \text{А}.$$

- Абсолютная величина изменения показаний амперметра равна

$$I_1 - I_2 \approx 2{,}4\ \text{А}.$$

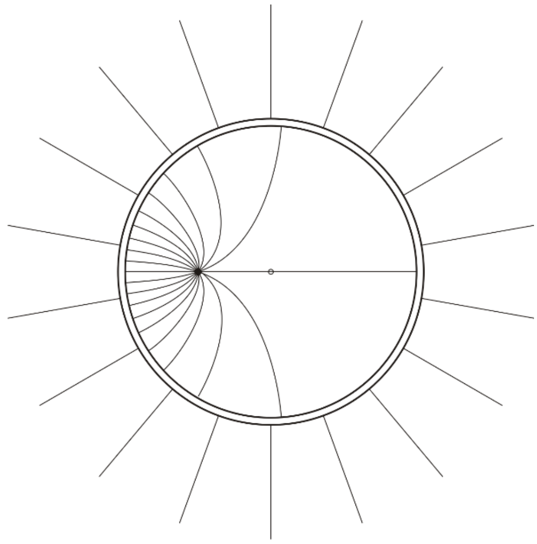
Задача 9 (11 класс)

Внутри проводящей сферы радиусом R, несущей заряд Q, на расстоянии $\frac{R}{2}$ от её центра O находится точечный заряд q. Найдите потенциал φ в точке M. Точка M, центр сферы O и заряд q лежат на одной прямой. Найдите заряды внутренней и внешней поверхностей сферы. Распределён ли заряд на внутренней поверхности равномерно или неравномерно? А на внешней? Качественно изобразите вид силовых линий электрического поля.



Ответ.

На внутренней поверхности сферы заряд $-q$ распределен неравномерно, на внешней поверхности заряд $Q + q$ распределится равномерно, $\varphi = k\frac{Q+q}{3R}$. Качественная картина силовых линий показана на рисунке (направление силовых линий не указано, поскольку неизвестны знаки зарядов).



Критерии оценивания.

Найден заряд внутренней поверхности +2 очка; указано, что на внутренней поверхности заряд распределён неравномерно +1 очко; найден заряд внешней поверхности +2 балла; указано, что на внешней поверхности заряд распределён равномерно +1 очко; найден потенциал точки M +3 очка; изображена картина силовых линий +1 очко.

Возможное решение.
Толща проводника экранирует для наружной области поле, имеющееся внутри сферы, поэтому, хотя на внутренней поверхности сферы заряд $-q$ распределен неравномерно, на внешней поверхности заряд $Q+q$ распределится равномерно. Данная задача эквивалентна случаю, если мы внутренность сферы со всем ее «содержимым» заменим сплошным проводником, оставив на поверхности заряд $Q+q$ (так можно сделать, потому что система зарядов на внутренней поверхности сферы вместе с точечным зарядом q вне сферы поля не создает).

Задача 10 (9-11 класс)

Вася решил изготовить плоскую деталь в форме треугольника по следующей схеме. Сначала картонную модель треугольника он разделил медианами на 6 частей. Затем отдельные части заменил копиями, изготовленными из разных металлов. Использованные металлы и их плотности представлены в таблице. Определите возможные варианты средней плотности получившегося треугольника, собранного из отдельных металлических деталей, если все из перечисленных металлов были использованы ровно по два раза. Сколько различных вариантов средней плотности может получиться, если каждый металл нужно использовать не меньше одного раза? Какая средняя плотность детали в этом случае максимальная, а какая минимальная?

Металл	**Плотность,** $г/см^3$
Свинец	11,40
Медь	8,96
Сталь	7,60

Ответ.
$\bar{\rho} = 9{,}32$ г/см^3, 10 вариантов, $\bar{\rho}_{\min} = 8{,}46$ г/см^3, $\bar{\rho}_{\max} = 10{,}36$ (г/см^3).

Критерии оценок.
Если указано, что при использовании каждого металла по два раза средняя плотность будет одна и та же +4 очка, рассчитано значение средней плотности в этом случае +1 очко. Найдено количество вариантов, когда каждый металл используется хотя бы один раз +3 очка; найдено максимальное значение средней плотности в этом случае +1 очко; найдено минимальное значение средней плотности +1 очко.

Возможное решение.
Легко доказывается, что медианы делят треугольник на 6 равновеликих частей. Поэтому средняя плотность равна «среднему арифметическому» плотностей используемых металлов.

$$\bar{\rho} = \frac{m}{S} = \frac{\sum_{i=1}^{6}\left(\rho_i \frac{S}{6}\right)}{S} = \frac{\sum_{i=1}^{6} \rho_i}{6}.$$

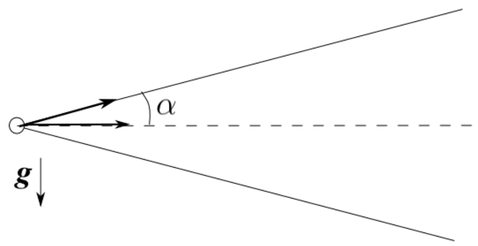
Так как все виды металлов были использованы по два раза, следовательно, средняя плотность получившегося треугольника принимает только одно возможное значение $\bar{\rho} = \frac{11{,}40+8{,}96+7{,}60}{3} = 9{,}32$ г/см^3.

Если каждый металл нужно использовать не меньше одного раза, то возможных вариантов с различной средней плотностью 10 (каждое число в фигурных скобках соответствует количеству частей треугольника определенной плотности): {4, 1, 1} – три варианта, {2, 2, 2} – один вариант, {3, 2, 1} – шесть вариантов.

$$\bar{\rho}_{\min} = \frac{4\cdot 7{,}6+8{,}96+11{,}4}{6} = 8{,}46\ (\text{г/см}^3).$$

$$\bar{\rho}_{\max} = \frac{4\cdot 11{,}4+7{,}6+8{,}96}{6} = 10{,}36(\text{г/см}^3).$$

Задача 11 (10 класс)



Темной ночью на верхушку высокого столба повесили фонарь так, что пучок излучаемого им света образует прямой круговой конус с углом раствора 2α, и ось этого конуса параллельна земле. Из точки крепления фонаря бросают маленькие шарики с одним и тем же модулем начальной скорости так, что их траектории полностью лежат в вертикальной плоскости, содержащей ось конуса. Первый шарик, запущенный вдоль оси конуса, был виден в течение времени $\tau = 2$ с. В течение какого времени τ_1 будет виден шарик, запущенный вверх под углом α к горизонту? Через какое время τ_2 с момента начала движения этот шарик пересечёт ось конуса? Чему равен модуль начальной скорости v, с которой запускают шарики?

Считайте пучок узконаправленным (угол раствора конуса достаточно мал). Размерами фонаря и шариков можно пренебречь. Для малых углов $\sin\alpha \approx \operatorname{tg}\alpha \approx \alpha$ (когда α выражен в радианах), $\cos\alpha \approx 1$. Ускорение свободного падения g известно.

Ответ.

$\tau_1 = 4$ с, $\tau_2 = 2$ с, $v = \dfrac{g\tau}{2\alpha}$.

Критерии оценок.

Найдено τ_1 +5 очков, найдено τ_2 +3 очка, найдено v +2 очка.

Возможное решение.

Выберем начало координат в точке крепления фонаря, ось x направим вдоль оси конуса в направлении распространения света, ось y направим вверх.

Для шарика, пущенного горизонтально:

$$x(t) = vt, \quad y(t) = -\frac{gt^2}{2}.$$

В момент времени τ траектория шарика пересекается с образующей конуса, поэтому координаты шарика удовлетворяют условию

$$y(\tau) = -x(\tau)\cdot\operatorname{tg}\alpha \approx -\alpha x(\tau), \quad \text{откуда} \quad \tau = \frac{2\alpha v}{g}.$$

Для второго шарика

$$x(t) = vt\cos\alpha \approx vt, \quad y(t) = vt\sin\alpha - \frac{gt^2}{2} \approx \alpha vt - \frac{gt^2}{2}.$$

Время τ_1 находим из аналогичного условия

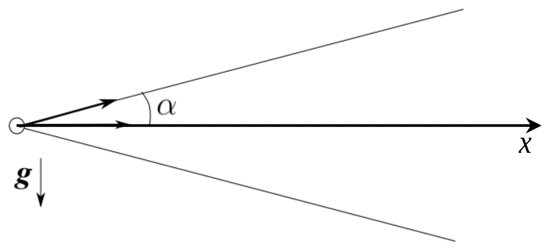
$$y(\tau_1) = -\alpha x(\tau_1), \quad \text{откуда} \quad \tau_1 = \frac{4\alpha v}{g} = 2\tau = 4\text{ с}.$$

Время τ_2 найдём, приравняв к нулю $y(t)$

$$\alpha v\tau_2 - \frac{g\tau_2^2}{2} = 0, \quad \text{откуда} \quad \tau_2 = \frac{2\alpha v}{g} = \tau = 2\text{ с}.$$

Модуль начальной скорости, с которой бросают шарики

$$v = \frac{g\tau}{2\alpha}.$$



α
x
g